

PUBLICAÇÃO ESPECIAL

Nº 15
1992

UMA CONTRIBUIÇÃO A DETERMINAÇÃO DO
PARÂMETRO DE DENSIDADE E AO ESTUDO
DA NATUREZA DA MATERIA ESCURA

Bruno, Ruth

Tese de Doutorado
Rio de Janeiro, 21 Agosto/92

CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO

OBSERVATÓRIO NACIONAL

DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA

TESE APRESENTADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ASTROFÍSICA

UMA CONTRIBUIÇÃO A DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DE DENSIDADE
E AO ESTUDO DA NATUREZA DA MATERIA ESCURA

RUTH BRUNO

Defendida em 21 de agosto de 1992.

Banca Examinadora:

Dr. José Antonio de Freitas Pacheco	Presidente/Orientador	IAG/USP
Dr. Paulo Sérgio de Souza Pellegrini	Orientador Acadêmico	ON/CNPq
Dr. Hugo Vicente Capelato		INPE
Dr. Reinaldo Ramos de Carvalho		ON/CNPq
Dr. Thyrso Villela Neto		INPE

para Marquinhos

AGRADECIMENTOS

Ao *Dr. José Antonio de Freitas Pacheco*, pela sugestão do tema que me abriu grandes perspectivas de pesquisa e por sua decisiva participação nas várias etapas deste trabalho;

Ao *Departamento de Física da Universidade Federal Fluminense*, pelo incentivo e confiança;

Ao *Departamento de Astronomia do Observatório Nacional* por, ter-me acolhido em sua pós-graduação e possibilitado a execução deste projeto;

Aos colegas *Chan, Fátima, Flávio, Roberta, Rundsthen, Selma e Vladimir*, e à prof. *Nazira A. Tomimura*, pelas proveitosas discussões e valiosas colaborações nos momentos mais difíceis;

Ao *Dr. Paulo Sergio S. Pellegrini*, pela amabilidade a mim prestada em todos os momentos em que foi solicitado;

Aos amigos muito queridos, *Bruno, Chan, Claudio, Chico, Eden, Edvaldo, Fátima, Gladys, Gustavo, Helaine, Lilia, Marco Aurelio, Marília, Ozemar, Patricia, Renato, Ricardo, Ricardo Cordeiro, Rundsthen, Selma, e Silvia*, pela importante participação de cada um deles nesta etapa da história de minha vida;

Aos funcionários da Biblioteca, da Gráfica, e das Secretarias, pela atenção e cordialidade;

Ao *Departamento de Geofísica do Observatório Nacional* e, em particular ao *Dr. Sergio Luiz Fontes*, pela gentileza em viabilizar a impressão final desta tese.

À *CAPES*, pelo apoio financeiro.

RESUMO

Usando uma amostra de 301 galáxias elípticas calculamos a dispersão de velocidades das galáxias. As distâncias são deduzidas a partir de uma relação entre a dispersão de velocidades centrais, o raio efetivo e a magnitude absoluta. A equação não linear para a energia cósmica permite obter, a partir destes cálculos, o parâmetro de densidade atual Ω_0 . O fluxo na direção do Grande Atrator é considerado e sua influência na determinação de Ω_0 é analisada. Os resultados para σ_v ($379 \pm 39 \text{ km.s}^{-1}$ sem a inclusão do Grande Atrator, e $324 \pm 37 \text{ km.s}^{-1}$ com a inclusão do Grande Atrator) e para Ω_0 ($0,12 \pm 0,03$) são compatíveis com os resultados obtidos por outros métodos, em particular aqueles que consideram o movimento peculiar do Grupo Local na direção de Virgem e os que utilizam o teorema do Virial Cósmico. Por outro lado, se aceitarmos uma origem primordial para os elementos leves, notamos que o intervalo de densidade bariônica calculado com base na nucleossíntese destes elementos é compatível com nossos resultados e implica num universo no qual a maior parte da densidade de energia se deve à matéria ordinária. A hipótese de um modelo de universo não inflacionário no qual uma fração importante da matéria escura é bariônica deve ser, portanto, considerada.

Analisando diferentes modelos para a matéria escura, baseados na teoria de perturbação linear, investigamos quais destes modelos mais se aproximam do modelo aqui adotado para o cálculo de σ_v e Ω_0 , no regime não linear. Desta análise concluímos que o modelo de universo no qual todos os seus componentes, sejam matéria ou radiação, são perturbados (flutuações adiabáticas) e cuja natureza da matéria dominante é não bariônica (matéria escura fria), é o modelo mais apropriado.

ABSTRACT

From a sample of 301 E-galaxies we derive the velocity dispersion of galaxies. The distances are inferred from a relation among central velocity dispersion, effective radius and absolute magnitude. The non-linear equation for the cosmic energy allows to obtain, from this calculation, the present density parameter Ω_0 . The flow toward the Great Attractor is considered and its influence on the determination of Ω_0 is analysed. The results for σ_v ($379 \pm 39 \text{ km.s}^{-1}$ without the Great Attractor, and $324 \pm 37 \text{ km.s}^{-1}$ with the Great Attractor) and for Ω_0 (0.12 ± 0.03) are compatible with the obtained results from other methods, specially those which consider the peculiar motion of the Local Group toward Virgo and those which use the Cosmic Virial theorem. On the other hand, if we accept a primordial origin for the light elements, we note that the derived range of the baryon density based on the nucleosynthesis of these elements is consistent with our results and with most of the energy-density of the universe due to ordinary matter. The hypothesis of a non-inflationary model for the universe in which an important fraction of dark matter is baryonic ought be therefore considered.

Analysing different models for dark matter within the framework of linear theory, we investigate which of these models most resemble the one here used for the calculus of σ_v and Ω_0 , in the non-linear regime. From this analysis we conclude that the model of the universe in which all its components, being matter or radiation, are perturbed (adiabatic fluctuations) and whose predominant dark matter nature is non-baryonic (cold dark matter), is the most appropriate model.

ÍNDICE

Resumo.....	iv
Abstract.....	v
1- Introdução.....	1
2- Matéria Escura	
2.1- Introdução.....	6
2.2- Quantidade de Matéria Escura.....	7
Galáxias Espirais.....	8
Galáxias Elípticas.....	9
Galáxias Binárias.....	10
Grupos de Galáxias.....	11
Aglomerados de Galáxias.....	12
Quantidade de Matéria Escura: Resumo.....	14
2.3- Distribuição ou Localização de Matéria Escura.....	14
2.4- Natureza da Matéria Escura.....	15
Matéria Escura Bariônica.....	15
Matéria Escura Não Bariônica.....	17
Halos Galáticos.....	17
Abundância dos Elementos Leves.....	18
Formação de Galáxias e Aglomerados.....	19
2.5- Tipos de Matéria Escura: Quente, Morna e Fria.....	20
2.6- Candidatos à Matéria Escura.....	21
2.7- Modelos de Universo.....	22
Modelo com Matéria Escura Fria.....	23
Modelo com Matéria Escura Quente.....	24
Modelo dominado por Barions.....	25
3- Métodos de Determinação do Parâmetro de Densidade	
3.1- Introdução.....	27
3.2- Os Modelos Cosmológicos e o Parâmetro de Densidade.....	28
3.3- Estimativas de Ω	36
3.4- Perturbação Dinâmica no Campo Local de Velocidades devido ao Aglomerado de Virgem.....	39

3.5-	Densidade Média de Luminosidade das Galáxias.....	52
	M/L para as Galáxias Espirais.....	55
	M/L para as Galáxias E e SO.....	58
	M/L para as Galáxias Binárias.....	61
	M/L para Grupos e Aglomerados de Galáxias.....	63
3.6-	A Nucleossíntese Primordial e o Valor Atual da	
	Densidade Média de Barions.....	66
	Abundância do Deutério.....	70
	Abundância do ^3He	71
	Abundância do ^4He	72
	Abundância do ^7Li	73
	Confrontação da Teoria com os Dados.....	74
3.7-	Outros Métodos.....	77
3.8-	Inflação e o Problema do Ω	80
3.9-	Sumário.....	82
4-	Dispersão de Velocidades das Galáxias. O Método e a	
	Influência do Grande Atrator	
4.1-	Introdução.....	84
4.2-	As Medidas das Velocidades Peculiares e os	
	Indicadores de Distâncias.....	86
4.3-	Dispersão de Velocidades entre Galáxias.....	91
4.4-	O Grande Atrator.....	94
4.5-	O Método.....	99
4.6-	Dados.....	105
4.7-	Influência dos Movimentos Sistemáticos.....	107
4.8-	Seleção da Amostra.....	110
4.9-	Resultados.....	112
4.10-	Estimativa de Ω_0	115
4.11-	Discussões.....	116
5-	Modelos Cosmológicos - Teoria versus Observações	
5.1-	Introdução.....	120
5.2-	Flutuações de Densidade Primordiais.....	123
5.3-	Modos de Perturbação.....	125
5.4-	Modelos Cosmológicos.....	126
5.5-	Transformada de Fourier, Espectro de Potência e a	
	Função de Autocorrelação.....	130

5.6-	Filtros e Funções de Transferência.....	131
5.7-	Normalização.....	136
5.8-	Campo de velocidades. Aproximação Newtoniana.....	138
5.9-	Cálculo dos Parâmetros de Controle dos Filtros.....	142
5.10-	Dispersão de Velocidades versus Ω_0	143
	Modelo Adiabático com Matéria Escura Fria.....	144
	Modelo de Isocurvatura com Matéria Escura Fria.....	151
	Modelo Adiabático com Matéria Escura Quente.....	154
5.11-	Discussões.....	161
6-	Conclusões.....	162
	Referências.....	167
	Apêndice A - Cálculo dos Coeficientes de Correlação Linear.....	176
	Apêndice B - Estimativa do Erro da Dispersão de Velocidades e do Parâmetro de Densidade.....	179

ÍNDICE DAS FIGURAS

Capítulo 3

III.1- O Fator de Expansão para Diferentes Valores da Constante de Curvatura.....	32
III.2- Evolução do Fator de Expansão para Diferentes Valores do Parâmetro de Desaceleração.....	38
III.3- Decomposição da Velocidade do Grupo Local em Relação à Radiação Cósmica de Fundo.....	49
III.4- Curvas de rotação de Galáxias Espirais.....	57
III.5- Dependência da Nucleossíntese sobre a Densidade Média de Matéria do Universo.....	68
III.6- Abundância Preditada dos Elementos Leves.....	75

Capítulo 4

IV.1- Indicadores de Distâncias. Relação de Faber-Jackson e Relação $D_n - \sigma$	89
IV.2- Espaço Paramétrico das Galáxias Elípticas.....	91
IV.3- Diagrama de Hubble.....	96
IV.4- Campo de Velocidades Peculiares.....	109
IV.5- Relação Velocidade versus Distância para Galáxias Elípticas.....	111
IV.6- Relação Velocidade versus Distância para Galáxias Elípticas - Amostra Reduzida.....	112

Capítulo 5

V.1- Evolução do Parâmetro de Expansão e da Temperatura na Cosmologia Inflacionária.....	128
V.2- Dispersão de Velocidades versus Parâmetro de Densidade para o Modelo Adiabático com Matéria Escura Fria.....	147
V.3- Dispersão de Velocidades versus $(\Omega_0 h^2)$ para o Modelo Adiabático com Matéria Escura Fria.....	148
V.4- Dispersão de Velocidades versus Ω_0 para os Modelos: Adiabáticos com Matéria Escura Fria. Comparação entre os Filtros Exponencial e Gaussiano.....	149
V.5- Dispersão de velocidades versus $(\Omega_0 h^2)$ para o Modelo Adiabático com Matéria Escura Fria. Comparação	

Adiabático com Matéria Escura Fria. Comparação entre os Filtros Exponencial e Gaussiano.....	150
V.6- Dispersão de Velocidades versus Ω_0 para o Modelo de Isocurvatura com Matéria Escura Fria. Comparação entre os Filtros Exponencial e Gaussiano.....	154
V.7- Dispersão de Velocidades versus Ω_0 para o Modelo Adiabático com Matéria Escura Fria, considerando o Filtro Gaussiano.....	157
V.8- Dispersão de Velocidades versus Ω_0 para o Modelo Adiabático com Matéria Escura Quente, considerando o Filtro Gaussiano.....	157
V.9- Dispersão de Velocidades versus $(\Omega_0 h^2)$ para o Modelo Adiabático com Matéria Escura Quente.....	158
V.10- Dispersão de Velocidades versus $(\Omega_0 h^2)$ para o Modelo de Isocurvatura com Matéria Escura Fria.....	159
V.11- Dispersão de Velocidades versus h	160

ÍNDICE DAS TABELAS

Capítulo 2

2.1- Candidatos à Matéria Escura.....	22
---------------------------------------	----

Capítulo 3

3.1- Modelos Cosmológicos Padrões.....	35
3.2- Razão M/L e Ω_0 para Diferentes Objetos.....	65
3.3- Abundâncias Primordiais Observadas.....	74
3.4- Abundância Primordial Predita do D, ^3He e ^7Li	76
3.5- Valores de Ω_0	82

Capítulo 4

4.1- Parâmetros Calculados.....	113
4.2- Dispersão de Velocidades.....	114

Capítulo 5

5.1- Parâmetro de Hubble.....	151
5.2- Dispersão de Velocidades para o valor estimado de Ω_0 e para o intervalo esperado de h_0	161

1 - INTRODUÇÃO

Um dos objetivos da cosmologia moderna é estudar a evolução e estrutura de grande escala do universo. Sua idade, forma, composição e história podem ser determinadas através da observação, e os resultados desta observação podem ser compreendidos com base numa teoria matemática unificada da gravitação e matéria. A execução deste projeto resulta numa variedade de problemas que são característicos da cosmologia. A singularidade inicial do universo em expansão, a formação de galáxias, a natureza da matéria escura, a densidade de massa do universo e a questão da abundância dos elementos leves (^2D , ^3He , ^4He , ^7Li), são exemplos de alguns destes problemas.

Há pouco mais de trinta anos nosso conhecimento do universo primordial era tão restrito que diversas teorias cosmológicas foram sugeridas para explicar os dados observacionais. À medida que novas descobertas sobre a natureza do universo foram surgindo, a teoria cosmológica do *Big Bang* passou a ser seriamente considerada (Silk, 1989). Hoje as questões centrais da cosmologia estão sendo examinadas com base nesta teoria.

Embora tenha se consolidado como o melhor modelo do universo, a teoria do *Big Bang* ainda encontra opositores famosos. Recentemente Arp & outros (1990) publicaram um artigo no qual consideram este modelo insatisfatório para a origem do universo e sugerem um modelo alternativo. Segundo estes autores, as

evidências observacionais de objetos não térmicos com grandes deslocamentos para o vermelho indicam que estes deslocamentos para o vermelho são intrinsecamente grandes na sua origem. Com isto eles querem dizer que estes objetos não se encontram a distâncias cosmológicas grandes, mas sim muito mais próximos, com $z \leq 0,1$. Daí eles concluem que não há evidência de evolução nos objetos discretos e observam que há indícios de eventos de criação envolvendo ejeção de matéria nova dos núcleos das galáxias.

Além desta questão, *Arp & outros* acrescentam que o modelo cosmológico atual está sujeito a muitas dúvidas baseadas em dados observacionais que sugerem até mesmo que o *Big Bang* pode nunca ter ocorrido. A presença de galáxias jovens em termos evolucionários, revelada pelo satélite IRAS, e a pequena idade do universo comparada com a idade das estrelas mais velhas e dos elementos químicos, são evidências apontadas como objeções à teoria do *Big Bang*.

Mas, a despeito do grande número de restrições, a teoria atual de evolução do universo foi novamente confirmada e fortalecida pelas revelações do satélite COBE ("Cosmic Background Explorer"; *Silk, 1992*). Se os dados desta expedição estiverem corretos, uma das questões mais difíceis da teoria, a origem do universo, poderá ter agora uma resposta plausível. Variações mínimas na temperatura da radiação de microondas de fundo, da ordem de $15 \mu\text{K}$, foram anunciadas por *G. Smoot* e sua equipe, em uma reunião da Sociedade Americana de Física, em fins de abril, em Washington. Estas variações, detectadas na era da recombinação (aproximadamente 10^5 anos após a singularidade inicial) foram

identificadas como as sementes que eventualmente se transformaram nas estruturas de grande escala que hoje observamos.

Contudo, muitas questões ainda não foram resolvidas. A resposta da questão central se o universo é aberto ou fechado, por exemplo, permanece indefinida. Na investigação deste problema a determinação do parâmetro de densidade cosmológica Ω é de crucial relevância.

No contexto da determinação de Ω através de métodos dinâmicos, o estudo sobre a origem e evolução das flutuações primordiais de densidade, a hipótese da cosmologia inflacionária, a existência de matéria escura e a presença do Grande Atrator devem ser considerados e analisados com o devido cuidado. Em se tratando de temas, alguns dos quais ainda muito controversos, sujeitos a críticas e questionamentos, esta cautela fica naturalmente justificada.

O objetivo principal deste trabalho é apresentar um método de determinação do parâmetro de densidade Ω . Usando como pano de fundo a teoria do *Big Bang*, pretendemos indicar qual o melhor modelo cosmológico que se adapta às observações. Esta estimativa se baseia no cálculo da dispersão de velocidades das galáxias elípticas a partir de um método estatístico. Os dados necessários para a aplicação do método são obtidos na literatura e o parâmetro de densidade é calculado no regime não linear, usando a equação da energia cósmica.

Para conduzir ao problema que nos propusemos estudar, dois capítulos de revisão são inicialmente introduzidos. No Cap.2 é feita uma rápida revisão sobre matéria escura. As evidências

observacionais de sua existência, sua quantidade, distribuição e natureza, assim como algumas técnicas de detecção, são aqui abordadas.

No Cap.3 alguns métodos para a determinação do parâmetro de densidade são apresentados. Nesta revisão, técnicas dinâmicas envolvendo a perturbação do campo local de velocidades e a densidade de luminosidade das galáxias são analisadas com algum detalhe. A obtenção da densidade média de bárions a partir da nucleossíntese primordial também é amplamente discutida neste capítulo.

No Cap.4 apresentamos o nosso método de determinação do parâmetro de densidade. Dois casos são analisados levando-se em conta a presença ou não do Grande Atrator. Nesta oportunidade concluímos que a influência do Grande Atrator no cálculo da dispersão de velocidades e do parâmetro de densidade não é muito grande. Verificamos também que o resultado encontrado para Ω_0 ($0,12 \pm 0,03$) é compatível com o modelo de universo aberto e está de acordo com os resultados obtidos através de diferentes técnicas ($\Omega_0 \cong 0,1-0,2$).

No Cap.5 investigamos qual o modelo para matéria escura que mais se aproxima dos nossos resultados. Com este objetivo é feita uma comparação entre os modelos cosmológicos, propostos por diferentes autores, e as observações. Modelos com matéria escura fria e matéria escura quente são considerados, admitindo-se perturbações adiabáticas e de isocurvatura no espectro de densidade primordial. Desta análise concluímos que o modelo com matéria escura fria é o que mais se aproxima das observações.

No Cap.6 estendemos as discussões introduzidas no final de cada capítulo e apresentamos as conclusões gerais. Uma exposição das perspectivas de futuros trabalhos também é aí incluída.

Finalmente, procurando apenas acrescentar algumas informações sobre os cálculos desenvolvidos no capítulo 4, dois apêndices foram incluídos. No apêndice A o cálculo dos coeficientes de correlação linear dos dados das amostras é demonstrado. No apêndice B a estimativa dos erros para a dispersão de velocidades e para o parâmetro de densidade é apresentada.

2 - MATÉRIA ESCURA

2.1- Introdução

Medidas da densidade de matéria do universo podem ser efetuadas, dentre outras maneiras, a partir de métodos dinâmicos baseados na teoria gravitacional padrão. Um dos procedimentos mais simples de se detectar o efeito gravitacional da matéria é através da terceira lei de Kepler, na qual a massa M , contida numa esfera de raio r e centrada no centro de uma galáxia, é diretamente proporcional ao produto rv^2 , sendo v a velocidade orbital em r . Esta mesma relação também pode ser obtida através do teorema do Virial.

A força da gravidade deve ser, portanto, mais forte perto do centro da galáxia, onde a matéria parece estar mais concentrada. Nos braços espirais a matéria diminui e, com ela, a gravidade e a velocidade de rotação das estrelas e da nuvem de gás.

No entanto, não é isto que se observa. Estendendo esta técnica a distâncias além das regiões luminosas das galáxias, pode-se notar que $M(r)$ continua a crescer e v permanece aproximadamente constante, ao invés de diminuir com a distância, como se esperaria se a única massa existente estivesse associada à matéria luminosa.

Esta é uma entre inúmeras evidências observacionais (Faber & Gallagher, 1979; Trimble, 1987) que poderiam indicar que uma fração da massa-energia do universo é invisível. Embora sua evidência em aglomerados de galáxias tenha sido anunciada desde a

década de 30, a era atual da pesquisa sobre matéria escura teve início em 1974 com *Ostriker & outros* e *Eisnato & outros*, "apud" *Trimble (1987)*. Estes autores, utilizando amostras de galáxias espirais e elípticas, com massas até $10^{12} M_{\odot}$ e situadas até 100 kpc, observaram que M aumentava linearmente com r . Desde então muitos pesquisadores passaram a dar maior atenção a este tema, procurando encontrar respostas para as suas questões fundamentais.

Considerando que a matéria escura realmente existe, a sua quantidade em relação à matéria luminosa é uma das principais questões que preocupa os cosmologistas, principalmente aqueles que esperam encontrar o parâmetro de densidade $\Omega_0 = 1$.

O problema da localização ou da distribuição de matéria escura em relação à matéria luminosa é também muito importante, pois pode trazer as respostas sobre sua origem e composição.

Outra questão instigante se refere à natureza da matéria escura. Não há, até o momento, evidências convincentes que indiquem se ela é bariônica ou não bariônica, ou mesmo se pode haver mais de uma espécie.

Neste capítulo apresentamos uma rápida revisão sobre as evidências observacionais da existência de matéria escura em todas as escalas, desde galáxias isoladas até aglomerados. Nosso objetivo é ampliar as discussões a respeito das questões acima colocadas e destacar o papel que esta massa atípica exerce no contexto da determinação do parâmetro de densidade do universo.

2.2- Quantidade de Matéria Escura

A determinação da razão entre a matéria luminosa e a matéria escura e sua possível variação de uma espécie de sistema para outro depende, a princípio, do conhecimento da relação massa-luminosidade (M/L).

No Cap.3, ao analisarmos os diferentes métodos de obtenção do parâmetro de densidade, descreveremos as técnicas de obtenção da razão M/L para as galáxias isoladas, galáxias binárias, grupos e aglomerados. Veremos, naquela oportunidade, que as medidas desta razão (Sec.3.5) indicam a existência de matéria escura associada a estes objetos. Neste capítulo adiantaremos alguns destes resultados, dando ênfase à quantidade de matéria não luminosa que pode ser estimada a partir desta razão.

Galáxias Espirais

As curvas de rotação das estrelas e do gás que compõem as galáxias espirais, estendidas às regiões além dos seus raios óticos, não exibem a queda esperada. Este fato sugere que mais massa deve estar presente e inspira um novo modelo de duas componentes para as espirais: uma região interna, luminosa, preenchida por estrelas e gás, envolvida por um halo escuro no qual $M \propto r$ e $\rho \propto r^{-2}$. Esta quantidade adicional de matéria seria responsável pela força gravitacional extra necessária para manter as estrelas e o gás ligados às partes externas das galáxias espirais.

Embora tal halo não possa ser observado diretamente, experimentos dinâmicos utilizando códigos de N corpos (*Ostriker & Peebles, 1973*) indicam que o mesmo não pode estar em rotação,

devendo ser pelo menos triaxial e sustentado por movimentos aleatórios ao invés de velocidades circulares.

Medidas da razão M/L (Trimble, 1987; Sancisi & van Albada, 1987; em dois trabalhos de revisão) indicam um valor médio de $M/L \cong 10$ para as galáxias espirais e revelam que aproximadamente metade da massa total destes sistemas é constituída de matéria bariônica detectável enquanto que a outra metade deve ser de matéria escura.

Galáxias Elípticas

O meio interestelar das galáxias elípticas é constituído por um gás quente, com temperatura da ordem de $10^6 K$, e com uma massa de aproximadamente $1/10$ da massa das estrelas visíveis (Forman & outros, 1985). Como este gás está em equilíbrio hidrostático no potencial gravitacional da galáxia, o conhecimento dos perfis de temperatura e brilho permite calcular o potencial gravitacional e, conseqüentemente, obter a relação entre a massa e o raio.

A temperatura do gás pode ser determinada ajustando-se o espectro de emissão do gás, em raios X, à curva de Planck. Embora estas determinações não sejam precisas, existe um consenso de que este gás necessita de um halo massivo não luminoso para permanecer ligado (Jones, 1987; Lowenstein & Mathews, 1987).

Além desta técnica, estudos usando observações nas frequências ótica e rádio podem indicar valores para a razão M/L para as galáxias elípticas. Análises das dispersões de velocidades das estrelas e dos dados das galáxias ricas em hidrogênio, por exemplo, permitem estabelecer um intervalo entre 10 e 100 para a

razão M/L . Destes estudos conclui-se que não há necessidade de se considerar qualquer quantidade de matéria adicional nas partes internas das galáxias. Nas partes externas há evidências, embora não indubitáveis, da presença de halos massivos escuros.

Galáxias Binárias

As medidas das massas das galáxias binárias podem ser efetuadas usando-se as diferenças de velocidades entre elas e suas separações projetadas (Page, 1975, "apud" Trimble, 1987). Neste procedimento muitas dificuldades são encontradas: uma condição importante é a seleção de uma amostra confiável de pares bem isolados de modo que apenas os campos gravitacionais entre cada um deles, separadamente, sejam considerados. Além disso, a separação entre as galáxias do par deve ser maior que o tamanho linear compreendido pelas curvas de rotação de HI. Isto significa separações maiores que 50 kpc ou 3 diâmetros óticos e há a possibilidade de que a amostra seja contaminada por pares não físicos.

Medidas da razão M/L para as galáxias binárias indicam que M/L deve ser igual a $(70 \pm 20) h$ dentro de um raio de $100 h^{-1} \text{ Mpc}$, admitindo-se órbitas circulares (Ostriker, 1987, "apud" Trimble, 1987). Se as velocidades orbitais forem consideradas como isotropicamente distribuídas esta razão deve cair para $(30 \pm 10)h$. Para órbitas radiais (White & outros, 1983, "apud" Trimble, 1987), a razão M/L é ainda menor.

Analisando uma amostra de 233 pares de galáxias, através de um procedimento que maximiza as informações extraídas de todos os

objetos, e considerando as galáxias como massas pontuais em órbitas Keplerianas, Pacheco & Junqueira (1988) obtiveram a razão $M/L = 18 \pm 11$ e demonstraram que este resultado é consistente com um aumento aproximadamente linear da massa com o raio, pelo menos para distâncias até 30 kpc.

Com estes resultados, a possibilidade da existência de matéria escura associada a sistemas binários é muito grande. A evidência de sua distribuição, entretanto, não é assim tão evidente. Segundo alguns dados existentes, parece que as massas totais dos sistemas binários não estão completamente correlacionadas com suas luminosidades e não se sabe ainda se estes resultados estão influenciados pelas incertezas na seleção da amostra. Se, de qualquer forma, estes resultados forem considerados como valores nominais, a razão entre a densidade de massa luminosa e a densidade de massa escura deve variar significativamente com a escala das galáxias individuais. Concluimos, assim, que os dados sobre as galáxias binárias sustentam a evidência da distribuição de matéria escura nas galáxias individuais mas não fornecem resultados confiáveis para escalas maiores.

Grupos de Galáxias

A situação dos grupos de galáxias é um pouco mais simples do que as galáxias binárias. Diversos estudos sobre diferentes grupos têm sido desenvolvidos e indicam um amplo intervalo para a razão M/L , que pode variar entre 10 e 300.

Um dos maiores conjuntos de dados foi publicado em 1983 por

Geller & Huchra, "apud" Trimble, 1987. Este conjunto inclui 90 grupos do catálogo de velocidades do CfA e fornece uma razão $M/L = 170 h$ na média. Outras investigações teóricas e observacionais (Tully, 1987; Barnes, 1985; Briggs, 1986; Evrard & Yahil, 1985, entre outros) dão essencialmente o mesmo resultado.

Na maioria das análises a principal hipótese considerada é a que os grupos sejam sistemas puros (não contaminados), em equilíbrio dinâmico. A razão M/L pode ser determinada a partir da aplicação do Teorema do Virial (cuja suposição inicial de equilíbrio estatístico pode ser contestada), ou do mapeamento das velocidades em HI, por exemplo. De qualquer modo o grande intervalo da relação M/L pode revelar a existência de valores espúrios ou uma variação intrínseca na quantidade de matéria escura presente nos diferentes grupos.

Aglomerados de Galáxias

O estudo sobre a existência de matéria escura nos aglomerados de galáxias se baseia, novamente, na análise virial das velocidades radiais dos membros dos aglomerados e considera a hipótese de que estes aglomerados devem estar ligados e em equilíbrio. Como no caso dos grupos de galáxias, esta hipótese também pode ser contestada. Existem evidências que parecem indicar que os aglomerados de galáxias são estruturas "jovens" e que, por esta razão, não teriam ainda alcançado o equilíbrio.

Desde 1933 já se tem notícia da presença de matéria escura em aglomerados de galáxias. Zwicky (1933), "apud" Sancisi & van Albada, 1987, foi um dos precursores nesta área. Seu trabalho

revelou que os valores das dispersões de velocidades em aglomerados ricos de galáxias implicava numa quantidade de massa de 10 a 100 vezes maior que a matéria visível para manter os sistemas ligados.

Quase todos os estudos atuais parecem concordar com o trabalho pioneiro de Zwicky no que concerne à obtenção de uma razão M/L consideravelmente maior que a razão encontrada para as galáxias individuais.

Valores de M/L da ordem de 100 ou mais têm sido calculados para diversos aglomerados, entre os quais Virgem (Huchra & outros, 1985), Coma (Kent & Gunn, 1982) e Perseus (Kent & Sargent, 1983). Nestas análises supõe-se que a distribuição de matéria escura segue a distribuição de luz. Os resultados destes autores fornecem, respectivamente, os valores de 370, 350 e 580 para a razão M/L . No caso em que esta hipótese não é considerada (The & White, 1986) obtem-se uma estimativa para a massa total na ordem de 3 vezes maior ou menor que os valores anteriores. Neste novo modelo supõe-se a existência de uma concentração de matéria escura nas partes internas dos aglomerados ou uma distribuição mais estendida nas partes mais externas.

Outras alternativas além das que utilizam o teorema do Virial (Smith, 1984; Heisler & outros, 1985, "apud" Trimble, 1987) concordam com os resultados anteriores mas fornecem massas ligeiramente maiores. Observações em raios X, usualmente empregadas na determinação das massas das galáxias individuais, também podem ser usadas para estimar as massas dos aglomerados. Entretanto, incertezas na distribuição de temperatura do gás intergalático podem afetar a análise e tornar as conclusões pouco

convincentes.

Quantidade de Matéria Escura: Resumo

O estudo das galáxias espirais e de suas curvas de rotação fornece as mais fortes evidências da existência de matéria escura. Dentre os objetos e sistemas analisados, estes são os que requerem menor quantidade de matéria escura. Por outro lado, a análise virial das dispersões de velocidades dos aglomerados indica que uma quantidade consideravelmente grande de matéria escura deve estar presente junto a estes sistemas para manter seu equilíbrio.

Uma análise detalhada do movimento de nossa galáxia ao redor do Aglomerado de Virgem sugere que o Superaglomerado Local contém uma quantidade muito maior de matéria não luminosa que escapa da detecção. Numa escala ainda maior, alguns astrônomos têm sugerido que a quantidade de matéria escura no universo pode afetar a sua futura expansão. Pode haver matéria escura em tal quantidade que cesse a expansão do universo, causando um recolapso.

2.3- Distribuição ou Localização da Matéria Escura

No parágrafo anterior, quando apresentamos uma discussão a respeito da quantidade de matéria escura associada às diferentes escalas de objetos, algumas observações sobre a localização e a distribuição desta matéria foram adiantadas.

De uma maneira geral podemos dizer que as curvas de rotação indicam que uma fração da matéria escura dos aglomerados está

associada às galáxias individuais e localizada em suas partes mais externas. Esta fração não é, no entanto, muito grande. Considerando que a separação entre as galáxias dos aglomerados ricos é bem pequena, a chance de que a matéria escura restante se encontre nesta região é bastante improvável. De fato, um limite de apenas 15% na fração de matéria escura, associada com as galáxias individuais, pode ser estabelecido a partir de argumentos dinâmicos (Merritt & White, 1987, "apud" Sancisi & van Albada, 1987).

Onde estará o restante da matéria escura? Para o modelo inflacionário de evolução do universo primordial (Sec. 3.8; Sec. 5.4), no qual $\Omega = 1$, a maior parte da massa não pode estar onde estão as galáxias. O espaço intraglomerado pode ser uma possibilidade. Outras opções, que variam desde pequenos objetos, com massas muito menores do que uma massa solar ("Jupiters", por exemplo), até grandes objetos escuros de origem desconhecida, do tamanho de grupos de galáxias ou ainda maiores (buracos negros, por exemplo), são geralmente sugeridas para dar conta da matéria escura restante.

2.4- Natureza da Matéria Escura

Matéria Escura Bariônica

É possível identificar-se cinco tipos de estruturas, que diferem significativamente em tamanho, como sistemas aos quais a matéria escura está associada: a vizinhança solar, pequenas

galáxias anãs, grandes galáxias, grupos e aglomerados, e superaglomerados. A matéria escura existente nestas regiões pode assumir natureza e forma distintas. Existem fortes argumentos (White & Rees, 1978, "apud" Faber, 1987) que garantem que a matéria escura existente nos últimos quatro sistemas acima mencionados consiste de um material que entrou num estado não dissipativo antes que as galáxias tenham colapsado. Por outro lado, supõe-se geralmente que durante ou após a formação de nossa Galáxia a natureza da matéria escura aí existente era dissipativa (Bahcall, 1984, "apud" Faber, 1987). Embora esta hipótese não tenha sido ainda rigorosamente demonstrada, ela pode indicar que a matéria escura contém uma componente bariônica.

Na vizinhança solar não é difícil encontrar prováveis candidatos bariônicos não luminosos. Júpiter, anãs brancas e marrons, estrelas de neutrons e buracos negros são algumas sugestões cabíveis. Considerando os estudos sobre a determinação do parâmetro de densidade através da nucleossíntese primordial (Sec. 3.6), a comparação entre o limite inferior da densidade de barions obtida a partir desta análise ($\Omega_b \geq 0,015$) e a densidade de matéria luminosa calculada a partir de argumentos dinâmicos ($\Omega_{lum} \cong 0,01$), reforça a hipótese de uma componente bariônica para a matéria escura.

Fica claro, entretanto, que uma componente não bariônica deve existir. Se considerarmos o limite superior da densidade de barions encontrada através da nucleossíntese primordial, se levarmos em conta a matéria escura cosmológica não dissipativa e se considerarmos a possibilidade de um modelo de universo inflacionário (Sec. 3.8), seremos forçados a aceitar a existência

de matéria não luminosa, de origem não bariônica.

Matéria Escura Não Bariônica

Existem pelo menos três argumentos que excluem os modelos bariônicos para a matéria escura. Estes argumentos estão baseados na (a) exclusão de formas bariônicas para os halos galáticos; (b) limitação da abundância de matéria bariônica através da comparação com a abundância observada dos elementos leves; e (c) limitação da amplitude das flutuações adiabáticas usando os limites superiores observados das flutuações na radiação de microonda de fundo.

Embora estes argumentos apresentem falhas, eles podem, se considerados em conjunto, evidenciar o fato de que a maior parte da matéria do universo pode ser não bariônica.

Halos Galáticos

Se considerarmos, a princípio, que a matéria escura nos halos das galáxias é bariônica, ela deve ser gasosa ou sólida, composta por átomos ligados entre si por meio de forças químicas e gravitacionais. Contudo, para que seja gás, ela deve ser quente e emitir raios X. Como esta radiação não é observada, esta hipótese pode ser descartada.

A matéria escura dos halos também não pode ser formada por bolas de neve, pois estas sublimariam; nem por grãos de poeira, pois a presença de elementos de número atômico maior ou igual a 3, inviabilizaria a formação de estrelas de baixa metalicidade como são observadas.

A hipótese de jupiters isolados ou anãs marrons (pequenos objetos com massas da ordem de $0,001$ e $0,08 M_{\odot}$ respectivamente, ou ainda menores, que por esta razão são incapazes de brilhar) esbarra na questão do limite de massa capaz de acionar as reações nucleares.

Os buracos negros de massas estelares, remanescentes das explosões de estrelas de grande massa, também sofrem restrições como candidatos à matéria escura não bariônica para os halos galáticos. Estas restrições se baseiam na falta de uma resposta plausível para a questão de onde estaria a massa ejetada por estes objetos ao colapsarem.

Abundância dos Elementos Leves

Na Sec. 2.4 chamamos a atenção para o fato de que o limite inferior da densidade de barions, obtida a partir da nucleossíntese primordial, é maior que o limite superior da quantidade de matéria visível do universo. Concluimos então que a análise sobre a abundância dos elementos leves primordiais evidencia a existência de uma componente bariônica para a matéria escura.

Esta mesma análise, entretanto, pode indicar exatamente o oposto. Se considerarmos o limite superior da densidade de barions ($\Omega_b \cong 0,16$; Sec. 3.6) e admitirmos a hipótese de um universo inflacionário ou fechado, para o qual $\Omega_0 = 1$, concluiremos que a maior parte da matéria deve ser não bariônica. Schramm (1990), em

seu artigo sobre formação de galáxias, matéria escura e estrutura em grande escala, considera que a necessidade de matéria não luminosa exótica depende exclusivamente da inflação e da nucleossíntese do *Big Bang*, e não da existência de halos escuros galácticos.

Formação de Galáxias e Aglomerados

No modelo de colapso gravitacional para a formação de estruturas em grandes escalas no universo, supõe-se que estas estruturas se formam quando as flutuações de densidade crescem até a não linearidade ($\delta = \delta\rho/\rho \geq 1$; Sec.5.2). Neste estágio as flutuações cessam de se expandir com o fluxo de Hubble e colapsam. No colapso energia gravitacional se converte em energia cinética numa quantidade tal que satisfaz o teorema do virial.

Considerando um universo bariônico, e admitindo que as flutuações na densidade de matéria e na densidade de radiação estão correlacionadas (flutuações adiabáticas; Sec. 5.3), pode-se mostrar (Borner, 1988) que as flutuações crescem apenas entre a época da recombinação do hidrogênio ($z_r \cong 10^3$), e quando começa a expansão livre ($z_r = \Omega^{-1} \cong 10$). Isto significa que apenas um fator de 10^2 é esperado no crescimento. A amplitude em z_r deve ser $\delta\rho/\rho \geq 10^{-2}$ para massas maiores que a massa de Silk. Esta massa, na época da recombinação, corresponde a uma escala angular de cerca de 1 minuto de arco hoje e a flutuações de temperatura cerca de duas vezes maiores que os limites superiores hoje observados ($\delta T/T = 1/3 \delta\rho/\rho \geq 3 \times 10^{-3}$). O modelo de universo puramente

bariônico, construído a partir de flutuações adiabáticas parece, portanto, impossível.

É claro que existem pontos fracos neste argumento. A suposição de perturbações adiabáticas, por exemplo, poderia ser substituída pela suposição de perturbações isotérmicas, para as quais não são impostas restrições nos limites de $\delta T/T$. Estas perturbações, entretanto, não são fáceis de serem compreendidas de um ponto de vista físico. Além disso, elas também dão origem a perturbações adiabáticas de amplitudes similares.

2.5- Tipos de Matéria Escura : Quente, Morna e Fria

Há uma terminologia usual que classifica os candidatos à matéria escura de acordo com suas velocidades aleatórias na época de seus desacoplamentos (Bond & outros, 1983; Primack & Blumenthal, 1983). A matéria escura *quente* se refere a partículas leves, de massas iguais ou inferiores a 100 eV , que ainda são relativísticas no momento em que a massa dentro do horizonte corresponde à uma massa galáctica. Estas partículas têm uma densidade de número comparável à densidade de ftons. Um exemplo típico para este tipo de partícula é o neutrino massivo de massa aproximadamente igual a 30 eV .

A matéria escura *morna* consiste de partículas que interagem muito mais fracamente que os neutrinos. Estas partículas desacoplam à temperaturas maiores e se tornam não relativísticas quando a massa dentro do horizonte corresponde à uma massa galáctica. Elas não são aquecidas pela aniquilação das espécies

hadrônicas e sua densidade de número é aproximadamente uma ordem de grandeza menor que a das partículas de matéria escura quente. Em contrapartida sua massa é uma ordem de grandeza maior. Um candidato inicial para esta espécie de matéria escura, o gravitino massivo, ao ter sua massa reestimada através de recentes teorias de quebras de simetria ($m_G \geq 2 \text{ GeV}$), passou a ser agora um candidato à matéria escura fria.

As partículas que constituem a matéria escura *fria* desacoplam muito cedo. Duas espécies diferentes para esta classe de matéria escura são propostas: axions de velocidades aleatórias essencialmente nulas; e partículas pesadas não relativísticas, remanescentes da aniquilação ou de decaimento, tais como fotinos, gravitinos ou neutrinos pesados estáveis.

A diferença essencial entre estes tipos de partículas, no contexto da formação de galáxias, é a escala em que as flutuações de densidade são amortecidas pelo movimento livre ("free streaming") das partículas relativísticas. A matéria escura quente destrói todas as flutuações em escalas menores do que $10^{15} M_\odot$ (massa típica de um superaglomerado). Para a matéria escura morna esta escala é de $10^{12} M_\odot$ enquanto que para a matéria escura fria a escala de movimento livre não tem importância cosmológica.

2.6- Candidatos à Matéria Escura

Na Tab. 2.1 apresentamos uma relação de alguns candidatos à matéria escura bariônica e não bariônica. Uma massa aproximada, para cada uma dessas espécies de partícula, é incluída nesta

relação.

Tab.2.1 - Candidatos à Matéria Escura

candidatos/partículas	massa aprox./classificação
Bariônicos	
anãs marrons e jupiters	$\leq 0,08 M_{\odot}$
buracos negros	$\geq 1 M_{\odot}$
gás intergalático quente (protons)	1 GeV
Não Bariônicos	
neutrinos ordinários (leves)	10-100 eV / quente
fotinos, gravitinos, axinos	10-100 eV / quente
neutrinos destrógiros	500 eV / morna
axions invisíveis	10^{-5} eV / fria
neutrinos pesados, fotinos	MeV / fria
monopolos	10^{16} GeV / fria
pepitas de quark	10^{15} g / fria

A cromodinâmica quântica (QCD), as teorias de supersimetria (SUSY), e as teorias de grande unificação (GUT), são algumas das teorias que predizem as partículas exóticas listadas na Tab. 2.1 [Kolb & Turner, (1990)].

2.7- Modelos de Universo

Para se estabelecer um modelo para a formação de grandes estruturas do universo, o seu conteúdo material deve ser previamente considerado pois dele depende a evolução das

flutuações de densidade primordiais. O tipo adotado de matéria escura caracteriza este modelo e pode definir a história do crescimento destas perturbações.

Três modelos, usualmente empregados no estudo sobre formação de galáxias, serão considerados na Sec. 5.4 com a finalidade de se comparar a teoria com as observações. Procurando fundamentar os conhecimentos a respeito destes modelos, antecipamos nesta seção algumas de suas características básicas.

Modelo com Matéria Escura Fria

Neste modelo o universo é dominado por algum tipo de partícula elementar com velocidade térmica desprezível comparada com a expansão de Hubble. De acordo com esta hipótese, esta partícula interage com o resto do universo exclusivamente através da gravidade.

Mesmo não havendo razões especiais para se acreditar na existência de partículas com estas propriedades na abundância necessária, este modelo tem sido o mais estudado nos últimos anos. Nele admite-se um universo plano no qual 90% da densidade crítica é fornecida pela matéria escura fria, fracamente interagente. Além disso, as flutuações originais são consideradas invariantes na escala. As suposições básicas deste modelo são compatíveis com a inflação e prevêem um desenvolvimento hierárquico das estruturas a partir de pequenas contrações de gás e matéria escura, com massas similares às das galáxias anãs. Sob a ação da gravidade estas sementes se aglutinam, originando objetos maiores (do tamanho de nossa galáxia) que, por sua vez, se agregam em

aglomerados e superaglomerados.

Esta teoria também está de acordo com os recentes resultados obtidos pelo satélite COBE (*Mather & outros, 1990*) que mostra o extraordinário ajuste entre o espectro das radiações de microonda de fundo com o espectro de corpo negro. Este resultado estabelece limites rígidos para a quantidade de energia injetada no meio intergalático e elimina modelos baseados em argumentos não gravitacionais.

O aglomeramento de galáxias e seus movimentos associados são, entretanto, inconsistentes com o modelo de matéria escura fria (*Davis & outros, 1985; Bardeen & outros, 1986*), a menos que as galáxias e a matéria escura se distribuam diferentemente. Para resolver esta questão a maioria dos estudos considera um modelo simples no qual a formação das galáxias se dá a partir da matéria localizada em altos picos do campo de densidade inicial (distribuição de galáxias com viés).

Porém, o sucesso do modelo de matéria escura fria parece ter sofrido, recentemente, alguns revéses (*Davis & outros, 1992*). Evidências observacionais sugerindo que há mais estruturas de grande escala do que as previstas pode forçar uma revisão desta teoria, ou quem sabe, seu abandono. Sem um melhor entendimento do mecanismo de formação das galáxias não é prudente, no entanto, considerar esta hipótese como definitiva.

Modelo com Matéria Escura Quente

Neste modelo o universo é dominado por partículas elementares que foram criadas no universo primordial, em equilíbrio térmico

com as altas temperaturas então existentes. Por esta razão estas partículas teriam, inicialmente, velocidades aleatórias relativísticas, mas teriam se tornado não relativísticas no momento em que a matéria e a radiação tivessem igual densidade.

A evolução das perturbações de densidade é completamente diferente neste caso, principalmente em escalas menores. Os objetos em grande escala, do tamanho de superaglomerados, teriam se formado primeiro, fragmentando-se então em galáxias e outras estruturas menores.

Alguns problemas com este modelo podem, entretanto, inviabilizá-lo como possível alternativa para modelo do universo. Evidências observacionais que indicam que os superaglomerados ainda estão se formando, contradizem as expectativas.

Modelo dominado por Barions

Algumas restrições impostas a este modelo já foram adiantadas na Sec. 2.4. A sua tendência de perturbar demasiadamente a radiação de microonda de fundo e de criar a primeira geração de estruturas com escalas de tamanho muito grande, podem inviabilizar a hipótese de um universo puramente dominado por barions que concilie a teoria com as observações.

Durante os últimos anos tornou-se claro que a matéria escura é uma nova forma de matéria que foi concebida com o intuito de explicar as observações. Na tentativa de se descobrir quais objetos ou partículas subatômicas são responsáveis por esta matéria, pesquisa-se hoje uma forma de se detectar matéria escura em nossa Galáxia. Neste sentido diferentes tipos de detectores têm

sido desenvolvidos. A produção de partículas de matéria escura em aceleradores ou a sua detecção direta através das observações dos raios γ e dos neutrinos altamente energéticos provenientes, respectivamente, das aniquilações de partículas escuras no halo galáctico e no Sol, são apenas alguns entre muitos exemplos dos mecanismos que têm sido propostos com a finalidade de se detectar a matéria não luminosa.

Apesar dos esforços empregados por um grande número de pesquisadores que estudam a possibilidade de detecção destas partículas através dos colisionadores do CERN, do FERMILAB e do SLAC, e das importantes informações que vem sendo obtidas do telescópio espacial HUBBLE e do satélite COBE, prevê-se hoje que possivelmente apenas na próxima década seremos capazes de elucidar mais questões sobre a natureza das partículas escuras e sobre a história inicial do universo.

3 - MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DE DENSIDADE

3.1- Introdução

O modelo cosmológico do *Big Bang* teve um sucesso tão grande que passou a ser também conhecido como *cosmologia padrão*. Através de evidências observacionais este modelo tem se consolidado ao longo dos anos e é capaz de fornecer informações a respeito do início da era da nucleossíntese primordial, ocorrida cerca de 10^{-2} segundos após a singularidade inicial.

Tomando como base teorias de interações fundamentais no domínio das altas energias, especulações sobre a natureza do universo em épocas ainda mais remotas (da ordem de 10^{-43} segundos) são permitidas, extrapolando-se a cosmologia padrão para estes tempos primordiais.

Os parâmetros fundamentais que servem como base observacional para a cosmologia padrão devem ter se originado, naturalmente, por volta de 10^{-2} segundos após o início do universo. Hoje, fenômenos como a expansão do universo; a radiação cósmica de microonda de fundo; a abundância dos elementos leves; e a distribuição de galáxias, aglomerados, superaglomerados e grandes regiões de vazio ("voids"), são alguns dos dados cosmológicos que compõem o universo observável.

Neste universo observável, descrito pela cosmologia padrão, supõe-se que a distribuição de matéria e radiação é homogênea e isotrópica. Isto não significa dizer que todo universo o é, mas

pelo menos a grande região limitada pelo volume atual de Hubble.

A hipótese de isotropia e homogeneidade foi inicialmente proposta por Einstein que não se baseou em fatos observacionais. Na verdade seu objetivo foi meramente simplificar a análise matemática.

De fato, a maior evidência para a isotropia do universo observado é a uniformidade da temperatura da radiação cósmica de microonda de fundo. Inhomogeneidades na densidade também implicam em anisotropias na temperatura. Esta uniformidade da radiação cósmica de fundo revela, portanto, que pelo menos na época do último espalhamento da radiação cósmica o universo se apresentava com um alto grau de isotropia e homogeneidade.

Algumas destas premissas que constituem a teoria do *Big Bang* são discutidas neste capítulo. O principal tema aqui proposto é a determinação da densidade de massa atual do universo. Para isto definimos o parâmetro de densidade cosmológica e descrevemos alguns dos seus mais importantes métodos de determinação.

3.2- Os Modelos Cosmológicos e o Parâmetro de Densidade

Segundo a teoria do *Big Bang*, o espaço-tempo do universo começa com uma singularidade e subsequente expansão. A evolução do universo a partir deste instante pode ser descrita matematicamente pelas equações de Einstein (Weinberg, 1972).

Os parâmetros cosmológicos observáveis que caracterizam esta teoria são a densidade de massa ρ , o parâmetro de Hubble H , o parâmetro de desaceleração q e a idade do universo T . Modelos

cosmológicos diferentes, referentes a diferentes soluções das equações de Einstein para a evolução cosmológica, predizem diferentes relações entre estes parâmetros.

As soluções mais simples são os modelos homogêneos e isotrópicos de Friedmann, obtidos a partir das equações de Einstein nas quais se considera a constante cosmológica Λ identicamente nula.

A métrica que descreve a geometria do universo constituído por um espaço com seções homogêneas e isotrópicas é a métrica de Robertson-Walker (Lawden, 1982), que pode ser escrita na forma

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2\theta d\phi^2 \right) . \quad (3.2.1)$$

Nesta equação, (t, r, θ, ϕ) são as coordenadas comóveis, $R(t)$ é o fator de escala (assim chamado porque, conforme o tempo varia, todas as distâncias mudam por este fator) e k , a constante de curvatura adimensional que pode ser escolhida como $+1, -1$ ou 0 , correspondendo às três geometrias espaciais possíveis. Esta métrica descreve, portanto, os modelos de Friedmann e os valores de k determinam os três tipos de modelos de universo que constituem os chamados modelos padrões.

Para se especificar completamente um modelo cosmológico, dois parâmetros observáveis são necessários. Quaisquer outras quantidades que descrevem a expansão podem ser expressas em termos destes parâmetros. No modelo de Friedmann, conhecidos o parâmetro de Hubble $H = [dR(t)/dt]/R(t)$ e o parâmetro de desaceleração $q = -R(t)[d^2R(t)/dt^2]/[dR(t)/dt]^2$, o parâmetro de densidade Ω pode ser obtido.

As equações dinâmicas que descrevem a evolução da função $R(t)$ no tempo podem ser encontradas a partir das equações de campo de Einstein ou a partir de considerações puramente Newtonianas (veja, por exemplo, *Rindler, 1977*). O resultado de qualquer uma destas abordagens leva à equação de Friedmann

$$\frac{(dR/dt)^2}{R^2} + \frac{kc^2}{R^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} \quad , \quad (3.2.2)$$

onde G é a constante gravitacional, ρ é a densidade média do universo e o argumento (t) da função R foi suprimido a título de simplificação.

Tanto a teoria clássica da gravitação de Newton, como a teoria da relatividade geral de Einstein, chegam à equação de Friedmann postulando que o universo é homogêneo e isotrópico. Historicamente, a teoria relativística da cosmologia precede a teoria Newtoniana, que foi desenvolvida para fornecer uma interpretação simples dos resultados relativísticos. A diferença mais importante entre as duas abordagens é a interpretação do termo k . A teoria da relatividade mostra que este termo surge da curvatura do espaço. De acordo com esta teoria, a gravidade é equivalente a uma curvatura do espaço-tempo quadri-dimensional, e o que consideramos como um espaço tri-dimensional ordinário pode ser curvo ou, não-Euclidiano. Para espaços de curvatura positiva (elíptico ou fechado), $k=+1$ e a analogia bi-dimensional para esta geometria é a superfície de uma esfera de raio $R(t)$, cuja área é finita mas não tem bordas ou limites. Para espaços de curvatura negativa (hiperbólico ou aberto), $k=-1$ e podemos pensar numa superfície de área infinita, em forma de sela, para representar a

analogia bi-dimensional desta geometria. No caso dos espaços de curvatura nula (parabólico ou aberto), $k=0$ e um plano infinito é o seu análogo bi-dimensional. Nos dois últimos casos as superfícies também são ilimitadas.

Na teoria Newtoniana, por outro lado, a constante k expressa a quantidade média de energia total possuída por uma pequena fração de matéria no universo. Para compreender melhor o significado de k , consideremos o exemplo de uma pedra lançada com uma certa quantidade de energia cinética - a pedra pode possuir energia suficiente para escapar da terra, ou ela pode cair de volta à terra. Esta analogia simples descreve as alternativas possíveis para a matéria no universo: expansão para sempre ou colapso!

Em termos do parâmetro de Hubble a eq. (3.2.2) torna-se

$$\frac{kc^2}{H^2 R^2} = \frac{\rho}{3H^2/8\pi G} - 1 \quad (3.2.3)$$

ou ainda,

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} = - \frac{kc^2}{R^2} \quad (3.2.4)$$

onde o lado esquerdo representa a soma das energias cinética de expansão e potencial gravitacional, e o lado direito a energia total que deve ser constante no tempo.

A dependência temporal do fator de escala $R(t)$ para os diferentes valores de k pode ser representada graficamente [Fig. (III.1)]. Em cada caso, uma solução da eq. (3.2.2), em termos das funções elementares envolvidas, pode ser obtida

(Weinberg, 1972).

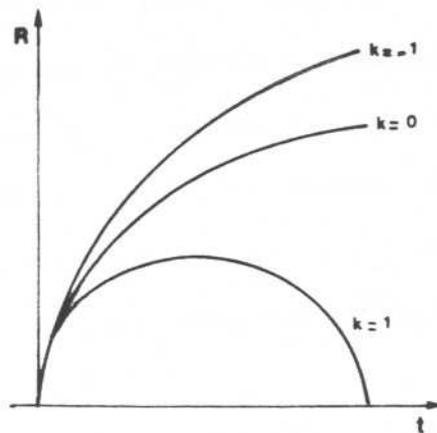


Fig.III.1- O fator de expansão $R(t)$ para diferentes valores de k .

Se k for negativo, o universo terá energia cinética positiva pois H^2 é a soma de dois termos positivos [eq.(3.2.4)]. Para qualquer valor crescente de R , H^2 nunca será nulo e o universo estará sempre se expandindo à uma razão determinada por H . Neste caso, $R(t) \propto t$ e o universo é dito *aberto*.

Se k for positivo, a energia total, representada pelo lado direito da eq.(3.2.4), será negativa. À medida que R aumenta, haverá um instante em que H^2 será primeiramente igual a zero. Se deixarmos que R aumente indefinidamente, H^2 se tornará negativo e concluiremos que não há solução real para R . A solução para este

problema só é possível se considerarmos que R alcança o seu valor máximo no primeiro zero de H^2 . Em outras palavras, o fator de escala R cresce de zero até um valor máximo e decresce até chegar a zero novamente. O universo reolapsa e é dito *fechado*.

Quando $k=0$, o universo também será *aberto* e infinito. A equação de Friedmann se reduz ao universo de Einstein-De Sitter (Weinberg, 1972) no qual $R \propto t^{2/3}$. Neste caso, a densidade média do universo será a densidade de massa necessária para fechá-lo. Obtida diretamente da eq. (3.2.3), esta *densidade crítica* é

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (3.2.5)$$

ou

$$\rho_c = \frac{3h^2}{8\pi G} \times 10^4, \quad (3.2.6)$$

onde $h = H/100 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$.

Notando que $G=6,67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3\text{g}^{-1}\text{s}^{-2}$ e que $1 \text{ Mpc}=3,086 \times 10^{24} \text{ cm}$, obtemos para a densidade crítica

$$\rho_c \cong 2,0 \times 10^{-29} h^2 \text{ g.cm}^{-3}. \quad (3.2.7)$$

Considerando $0,4 \leq h \leq 1,0$, o correspondente intervalo para ρ_c é

$$0,3 \times 10^{-29} \leq \rho_c \leq 2,0 \times 10^{-29}. \quad (3.2.8)$$

Definindo o parâmetro de densidade cosmológica como a razão entre a densidade média do universo e a densidade crítica,

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (3.2.9)$$

a equação de Friedmann pode ser reescrita

$$\frac{kc^2}{H^2R^2} = \Omega - 1 \quad (3.2.10)$$

Como $H^2R^2/c^2 \geq 0$, há uma correspondência entre o sinal de k e o sinal de $\Omega - 1$. Assim, se $k=+1$, $\Omega > 1$ e $\rho > \rho_c$. Isto significa que, para que haja um eventual colapso do universo, a densidade de massa deve ser maior que a densidade crítica. Para $k=-1$, $\Omega < 1$ e $\rho < \rho_c$. Neste caso, para que o universo continue se expandindo indefinidamente é necessário que a densidade seja menor que a densidade crítica. Finalmente, para $k=0$, $\Omega=1$ e $\rho=\rho_c$, como pode ser facilmente verificado na eq. (3.2.9). Na tabela 3.1 apresentamos um resumo das principais características dos modelos cosmológicos padrões.

Há fortes argumentos para se acreditar que a densidade de energia do universo atual (ρ_0) seja dominada pela matéria não-relativística (Kolb & Turner, 1990). A radiação constitui somente uma pequena fração da energia total e as velocidades aleatórias das galáxias são muito pequenas, comparadas com a velocidade da luz. Nestas condições a pressão do universo atual (p_0) é muito menor que ρ_0 e pode, então, ser desprezível. Neste caso, o parâmetro de densidade pode ser expresso simplesmente em termos do parâmetro de desaceleração. Se R_0 é o valor atual do fator de escala, a conservação de massa requer que $\rho_0 R_0^3 = \rho R^3$ e

$$\Omega = \frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_0 R_0^3}{R^3 H^2} \quad (3.2.11)$$

Tabela 3.1- Modelos cosmológicos padrões

Tipo	Fechado	Aberto	Aberto
Modelo	Friedmann-Lemaitre	Einstein-De Sitter	Friedmann-Lemaitre
Curvatura	Positiva(k=1)	Nula(k=0)	Negativa(k=-1)
Geometria	Elíptica	Euclidiana	Hiperbólica
Volume total	Finito	Infinito	Infinito
Densidade atual	$\rho_0 > \rho_c$	$\rho_0 = \rho_c$	$\rho_0 < \rho_c$
Ω_0	>1	1	<1
q_0	>1/2	1/2	<1/2
Futuro do universo	colapso	expansão	expansão

Por outro lado, segundo o modelo Newtoniano para o cálculo da equação diferencial de $R(t)$, uma galáxia de massa m , situada sobre uma esfera de raio r e massa $(4\pi r^3 \rho)/3$, é afetada pela força central

$$m(d^2 r/dt^2) = - \frac{4\pi G r^3 \rho m}{3r^2} \quad (3.2.12)$$

Nesta equação, o raio r e a densidade ρ estão variando no tempo. Em termos do fator de escala R

$$r = \left(\frac{R}{R_0} \right) r_0 , \quad (3.2.13)$$

onde $R=R_0$ quando $r=r_0$. Substituindo a eq. (3.2.13) na eq. (3.2.12) obtemos

$$(d^2R/dt^2) = - \frac{\alpha}{R^2} , \quad (3.2.14)$$

com $\alpha = (4\pi G R_0^3 \rho_0)/3$. O parâmetro de desaceleração pode então ser escrito como

$$q = \frac{4\pi G}{3} \frac{\rho_0 R_0^3}{R^3 H^2} . \quad (3.2.15)$$

Comparando esta equação com a eq. (3.2.11) encontramos finalmente uma relação simples entre Ω e q :

$$\Omega = 2 q . \quad (3.2.16)$$

Portanto, conhecido q , Ω fica imediatamente determinado. Deve-se notar, entretanto, que a densidade e a desaceleração podem ser observadas independentemente. Este fato aliás, serve como teste de validade da Relatividade Geral pois, se $\Lambda=0$, esta teoria requer que $2q_0 = \Omega_0$ quando $p_0 \ll \rho_0$.

3.3- Estimativas de Ω

De um modo geral podemos dizer que existem três maneiras para se tentar responder a questão se o universo é aberto ou fechado. O parâmetro de desaceleração, a idade do universo e a densidade média da matéria são os três parâmetros que servem como base para a execução destes métodos.

Nos modelos cosmológicos de Friedmann, o parâmetro de desaceleração descreve a geometria do universo e o seu valor pode ser encontrado a partir da observação de como diferentes grandezas variam com a distância. O brilho aparente de uma galáxia, por exemplo, diminui à medida que a distância aumenta. Estes objetos exibem um grande intervalo de luminosidades intrínsecas e por este motivo surge a necessidade de se escolher uma classe de galáxias de luminosidade conhecida, que possam servir como medida padrão da intensidade de luz. As galáxias mais brilhantes nos grandes aglomerados são geralmente escolhidas com esta finalidade (Sandage & outros, 1976 ; Kristian & outros, 1978). Variações na evolução de algumas propriedades destas galáxias não são ainda completamente compreendidas. Como as galáxias evoluem, ou como seus brilhos variam ao longo de grandes períodos de tempo, são questões que permanecem sem respostas satisfatórias e, conseqüentemente, nenhuma medida do parâmetro de desaceleração realizada até hoje pode ser considerada como definitiva.

A evolução do fator de escala $R(t)$ no tempo, para o mesmo parâmetro de Hubble e diferentes valores do parâmetro de desaceleração, demonstra que quanto maior a desaceleração, menor a idade do universo [Fig. (III.2)]. A medida da idade do universo pode ser estimada comparando-se os modelos de evolução estelar com os dados observacionais das populações estelares dos sistemas

mais velhos (aglomerados globulares, por exemplo), cujas idades devem ser ligeiramente menores que a idade do universo (Vandenbergh, 1988 ; Sandage, 1988). Um método alternativo consiste na determinação das idades das estrelas mais velhas através da comparação das linhas espectrais dos elementos radioativos com meia-vidas na ordem de grandeza da idade do universo, com as linhas espectrais de elementos estáveis (Butcher, 1987).

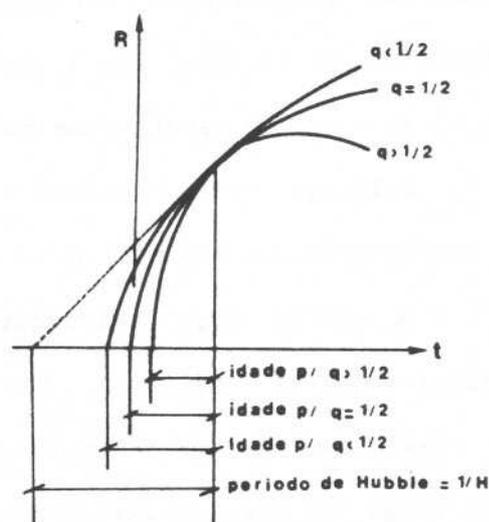


Fig. III.2- Representação esquemática da evolução de $R(t)$ para diferentes valores de q .

Na fig. (III.2) notamos que todas as três curvas têm a mesma tangente (linha tracejada) na época atual, pois as observações dão a mesma razão de expansão (dR/dt). Se dR/dt não variasse no tempo,

a linha tracejada representaria a expansão do universo. O tempo que teria passado desde $R=0$ seria $t=1/H$ (tempo de Hubble). A idade do universo deve ser menor que o tempo de Hubble, mas da mesma ordem de grandeza.

Tanto as determinações das idades dos aglomerados globulares, como das escalas de tempo baseadas nos processos nucleares, apresentam grandes incertezas na escolha de um número que melhor represente a idade do universo. Em geral estas determinações tendem a indicar que nosso universo é aberto (*Dressler, 1989*) e prevêem uma idade para nossa Galáxia entre $(13-14) \times 10^9$ anos, implicando numa idade de $(14-16) \times 10^9$ anos para o Universo.

A medida da densidade média de matéria do universo, e sua comparação com a densidade crítica do universo de Einstein-de Sitter, pode também nos fornecer uma indicação sobre o nosso modelo cosmológico. Existem vários métodos observacionais para se determinar Ω . Entre eles podemos destacar os desvios do fluxo de Hubble devido à presença do aglomerado de Virgem, a determinação da razão massa-luminosidade das galáxias e aglomerados de galáxias, os resultados da nucleossíntese do *Big Bang* e o teorema do virial cósmico. No próximo parágrafo procuramos descrever estes e outros métodos, destacando suas principais vantagens e os problemas relacionados com cada um deles.

3.4- Perturbação Dinâmica no Campo Local de Velocidades devido ao Aglomerado de Virgem.

O Grupo Local é um pequeno grupo de galáxias do qual faz

parte a nossa galáxia. Este grupo se localiza na extremidade de uma grande nuvem de galáxias, o Superaglomerado Local, cujo centro de massa se encontra aproximadamente no aglomerado de Virgem, à uma distância de cerca de 20 Mpc. Uma rápida observação da distribuição de galáxias no céu revela uma imensa concentração de galáxias na região onde se encontra Virgem. Esta concentração de massa provoca a atração gravitacional do Grupo Local em sua direção, ou seja, na direção do centro do Superaglomerado Local. O aglomerado de Virgem representa, portanto, um excesso de massa que deve desacelerar localmente o campo de expansão fundamental (fluxo de Hubble). Por esta razão as galáxias possuem uma velocidade de recessão menor do que teriam na ausência do Superaglomerado Local. O campo de velocidades resultante pode ser considerado como uma soma de três termos: a velocidade Virgocêntrica v_{vc} , a velocidade de expansão de Hubble v_H e a velocidade aleatória v_r .

Medida a velocidade Virgocêntrica v_{vc} , podemos calcular o campo gravitacional peculiar local e, conseqüentemente, o excesso de massa δM no Superaglomerado Local. Se contarmos com uma amostra confiável, a massa média por galáxia M_G no Superaglomerado Local, multiplicada pela densidade média global de número de galáxias n_G , fornecerá o excesso de densidade média de massa $\delta\rho$ que procuramos. Torna-se claro então, que a compreensão quantitativa do campo de velocidades Virgocêntricas é de grande importância para o cálculo de Ω .

Os primeiros modelos de perturbação gravitacional para o cálculo de v_{vc} foram sugeridos por *Silk (1974)* e *Peebles (1976a)*. Sob a hipótese de que a massa do Superaglomerado é distribuída esfericamente em torno do centro definido pelo aglomerado de

Virgem, todas as galáxias situadas em camadas concêntricas a este núcleo sofrem desacelerações de suas expansões livres de Hubble. À medida que se aproxima do centro do Superaglomerado, estas desacelerações também aumentam pois também aumenta a densidade de massa dentro da camada. Dependendo da distribuição de massa dentro do núcleo do aglomerado, a desaceleração de cada camada, à qualquer distância do centro, é calculada como se fosse um pequeno universo de Friedmann. Em outras palavras, as cascas se expandem, cada uma das quais com sua própria história de desaceleração governada pelo fator de escala $R(t)$.

Este efeito foi discutido por *Silk* (1974) que obteve uma relação entre a expansão local, o contraste de densidade local $\delta\rho/\rho$ e o parâmetro de densidade cosmológica Ω . Os resultados de *Silk* são importantes para analisar a evolução das irregularidades das densidades mas, como se referem a quantidades locais, deixam de ser úteis para a análise do campo de velocidades nas vizinhanças de um aglomerado.

Peebles (1976a) seguiu a mesma linha de ataque proposta por *Silk* (1974), porém concentrando a discussão nas partes mais externas do sistema de modo a permitir um tratamento teórico mais geral. Usando os dados então disponíveis, *Peebles* estimou a distribuição de galáxias na região de interesse e, admitindo que a massa total média de uma galáxia era estatisticamente independente da posição, ele encontrou o campo de velocidades peculiares associado a um dado campo de densidade. Isto foi feito a partir de uma teoria para a evolução das irregularidades da densidade em um universo em expansão, limitando-se às regiões onde o campo de velocidades pudesse ser descrito por uma teoria linear de

perturbação.

De acordo com este tratamento, adotando uma aproximação Newtoniana e considerando que a distribuição de massa no núcleo do aglomerado varia com r^{-2} (Yahil & outros, 1980), o campo gravitacional peculiar, produzido por uma distribuição de massa esférica, de raio r e com massa $M+\delta M$, é (Peebles, 1980 ; Börner, 1988)

$$g(r) = G \frac{\delta M}{r^2} \quad (3.4.1)$$

ou

$$g(r) = \frac{H_0^2}{2} \frac{\delta M}{M} r \Omega_0 \quad , \quad (3.4.2)$$

com $M = (1/2) (H_0^2 \Omega_0 r^3)/G$. Por sua vez, o campo de velocidades peculiares pode ser dado por

$$v_{vc} = \frac{2f(\Omega_0)}{3H_0 \Omega_0} g(r) \quad , \quad (3.4.3)$$

onde $f(\Omega_0) \cong \Omega_0^{0.6}$ é o parâmetro de perturbação, determinado a partir das soluções de $R(t)$, obtidas através da análise linear de perturbação.

Substituindo (3.4.2) em (3.4.3), encontramos

$$v_{vc} = \frac{1}{3} H_0 r \Omega_0^{0.6} \frac{\delta M}{M} \quad . \quad (3.4.4)$$

Admitindo que a distribuição das N galáxias brilhantes trace a distribuição de massa em grandes escalas, de modo que

$$\frac{\delta M}{M} \cong \frac{\delta N}{N} \cong \delta, \quad (3.4.5)$$

a eq. (3.4.4) torna-se

$$v_{vc} = \frac{1}{3} \delta H_0 r \Omega_0^{0,6}, \quad (3.4.6)$$

de onde podemos obter Ω_0 :

$$\Omega_0^{0,6} = \frac{3v_{vc}}{\delta v_H}. \quad (3.4.7)$$

Nesta equação $v_H = H_0 r$ é a velocidade de Hubble não perturbada e δ é o excesso de número de galáxias dentro de r , comparado com o que se espera para um universo homogêneo. Esta equação fixa o parâmetro de densidade em termos de v_{vc} e δ que são, a princípio, mensuráveis.

Em termos da velocidade observada média do aglomerado de Virgem v_0 , $v_H = (v_{vc} + v_0)$ e

$$\Omega_0 = \left[\frac{3v_{vc}}{\delta(v_{vc} + v_0)} \right]^{1,5} \quad (3.4.8)$$

Os resultados obtidos por *Peebles (1976a)* indicaram para a velocidade Virgocêntrica, $v_{vc} \cong 250 \text{ km.s}^{-1}$. De 1974 até hoje, diversas determinações desta velocidade, usando uma variedade de métodos, têm sido realizadas por diferentes grupos. *Davis & Peebles (1983b)* apresentaram, em seu artigo de revisão, uma tabela onde são enumerados vinte diferentes métodos de obtenção de v_{vc} e

seus respectivos resultados. Entre outros, foram abordados aqueles que utilizam a anisotropia da radiação de microondas de fundo, para o caso de objetos extremamente distantes; a correlação "redshift"-magnitude para os objetos muito distantes (aglomerados ricos); a correlação cor-magnitude de galáxias brilhantes ou a correlação entre a luminosidade e a dispersão de velocidades centrais de galáxias elípticas, nas escalas intermediárias de distância e, no âmbito local, a correlação entre a luminosidade e as larguras das linhas de 21 cm das galáxias espirais. Considerando os estudos locais menos confiáveis do que aqueles que envolvem principalmente a radiação de microondas de fundo e as galáxias distantes, *Davis & Peebles* adotaram, como a melhor estimativa para v_{vc} , a média ponderada das treze primeiras estimativas dessa tabela, excluindo-se a terceira. Deste cálculo resultou para a velocidade Virgocêntrica

$$v_{vc} = 400 \pm 60 \text{ km.s}^{-1} \quad (3.4.9)$$

Segundo estes autores, a hipótese que o movimento do Grupo Local na direção do aglomerado de Virgem era produzido exclusivamente pelo aglomerado de Virgem, juntamente com a suposição que estes movimentos eram de origem gravitacional, poderia fornecer informações dinâmicas sobre o Superaglomerado Local, assim como estimativas da densidade média do universo. De fato, usando $\delta = 2,2 \pm 0,3$ (*Davis & Huchra, 1982; Yahil, 1981*) e $v_0 = 980 \pm 51 \text{ km.s}^{-1}$ (*Mould & outros, 1980; Yahil, 1981*), segundo citações de *Davis & Peebles (1983b)*, o valor de Ω_0 (muito menor que 1), obtido usando a velocidade Virgocêntrica de *Davis & Peebles*,

foi [eq. (3.4.8)]

$$\Omega_0 = 0,35 \pm 0,15 \quad . \quad (3.4.10)$$

Sandage & Tammann (1984) argumentaram que o alto valor para v_{vc} , apresentado por *Davis & Peebles (1983b)*, foi superestimado pois incluía estimativas muito elevadas, determinadas através do uso de calibradores incertos ou de galáxias muito distantes. Considerando grupos e aglomerados de galáxias no intervalo de distâncias de 800 a 2000 km. s^{-1} , *Sandage & Tammann* adotaram

$$v_{vc} = 200 \pm 50 \text{ km. s}^{-1} \quad , \quad (3.4.11)$$

e obtiveram também, com $\delta = 2,8 \pm 0,5$ (*Sandage & Tammann, 1982*) e $v_0 = 967 \pm 53 \text{ km. s}^{-1}$ (*Kraan-Korteweg, 1981*), um valor muito menor do que 1 para o parâmetro de densidade:

$$\Omega_0 = 0,08 \pm 0,04 \quad . \quad (3.4.12)$$

No mesmo ano *Dressler (1984)*, estudando a cinemática de galáxias elípticas nos aglomerados de Virgem e Coma, encontrou

$$v_{vc} = 229 \pm 80 \text{ km. s}^{-1} \quad ; \quad (3.4.13)$$

Neste trabalho, as relações entre luminosidade, dispersão de velocidades centrais e abundância metálica do magnésio foram usadas para estimar as diferenças nos módulos de distância dos aglomerados, com a finalidade de se obter uma determinação

independente da velocidade Virgocêntrica. Na mesma oportunidade, Dressler apresentou alguns argumentos a favor do seu valor para v_{vc} , pequeno se comparado com os 400 km.s^{-1} obtido por Davis & Peebles (1983b). Assim como Sandage & Tammann (1984), Dressler considerou excessivo o peso atribuído ao valor encontrado através da radiação de microondas, na média adotada por estes autores. Além disso, a questão sobre a presença de erros sistemáticos nas medições óticas foram também levantadas.

Mais tarde, Pacheco (1985) apresentou uma nova determinação da velocidade peculiar do Grupo Local em direção ao aglomerado de Virgem. Em seu estudo, Pacheco usou uma amostra de galáxias elípticas pertencentes a grupos e aglomerados próximos, com velocidades radiais entre 1000 e 7000 km.s^{-1} e adotou como indicador de distâncias a relação luminosidade-raio efetivo ($L-Re$). Definindo o parâmetro S como a soma dos quadrados das diferenças entre a magnitude aparente observada e a magnitude aparente predita pela correlação $L-Re$, a minimização deste parâmetro, para uma dada velocidade peculiar, em relação aos coeficientes da correlação, permitiu a determinação destes coeficientes e, conseqüentemente, da velocidade peculiar. Com este procedimento, o resultado encontrado para v_{vc} foi

$$v_{vc} = 200 \pm 50 \text{ km.s}^{-1} , \quad (3.4.14)$$

implicando no seguinte intervalo para Ω_0 :

$$0,042 \leq \Omega_0 \leq 0,085 . \quad (3.4.15)$$

Simultaneamente *Yahil* (1985), generalizando a teoria da perturbação linear dada por *Peebles* (1980), introduziu na eq. (3.4.7) um fator adicional não linear (*Schechter*, 1980), tal que

$$\frac{v_{vc}}{v_H} = \frac{1}{3} \Omega_0^{0.6} \delta \left(1 + \delta \right)^{-0.25} \quad (3.4.16)$$

Com esta nova relação, adotando para $v_{vc}/v_H = 0,2$ e $\delta = 2-3$, *Yahil* obteve

$$\Omega_0 = 0.1 - 0.2 \quad (3.4.17)$$

Posteriormente, *Yahil* (1987) publicou um artigo de revisão no qual resumiu as evidências observacionais que convergiam para um universo aberto dominado por barions, com $\Omega_0 = 0,1-0,2$. Neste artigo, ele mencionou que havia, até 1984, um consenso geral que a velocidade Virgocêntrica deveria ser da ordem de $250 \pm 50 \text{ km.s}^{-1}$. Com estes resultados, mesmo um erro de um fator de 2 em Ω_0 não alteraria a conclusão de que o universo é aberto.

A fim de conciliar os dados observacionais com a expectativa teórica de um universo plano (com $\Omega_0 = 1$), *Yahil* sugeriu que, mantendo-se $\delta = 2-3$, a razão v_{vc}/v_H , ou equivalentemente $v_{vc}/(v_{vc} + v_0)$, deveria ser aumentada de 0,2 para 0,5-0,7. Considerando $v_0 \cong 1000 \text{ km.s}^{-1}$, isto significaria num valor de v_{vc} entre $1000-2400 \text{ km.s}^{-1}$, além, portanto, dos limites aceitáveis. Outra possibilidade, também difícil, seria reduzir δ para 0,56-0,80. Modificações mais substanciais, como abandonar a

hipótese que as galáxias traçam massa e $\delta M/M = \delta N/N$, ou modificar o modelo do fluxo Virgocêntrico, também foram sugeridas com o intuito de se tentar obter $\Omega_0 = 1$.

A velocidade do Grupo Local na direção do aglomerado de Virgem não é, naturalmente, a única velocidade peculiar a que o Grupo Local está sujeito. A radiação cósmica de fundo, interpretada como um sinal cósmico do estágio inicial do universo, pode ser considerada como um meio quase que perfeitamente isotrópico e, por esta razão, é muitas vezes escolhido como um sistema de referência absoluto, em relação ao qual qualquer movimento peculiar pode ser medido. A existência de uma anisotropia dipolar na temperatura da radiação cósmica de fundo (Rubin & outros, 1976a,b; Corey & Wilkinson, 1976; Smoot & outros, 1977) foi interpretada como o deslocamento Doppler de um espectro de corpo negro devido ao movimento do observador em relação à radiação cósmica. A amplitude desta anisotropia implica numa velocidade do Grupo Local, com respeito a este referencial, de aproximadamente 600 km.s^{-1} na direção $l=270^\circ$, $b=30^\circ$ (Lubin & Villela, 1986).

Davis & Peebles (1983b) dividiram a anisotropia da radiação cósmica de fundo em três componentes: uma componente situada no plano Supergalático e na direção de Virgem, uma dirigida perpendicularmente à Virgem mas também no plano Supergalático e uma componente perpendicular ao plano Supergalático. As amplitudes destas componentes claramente revelam que Virgem não pode ser a única fonte gravitacional do movimento do Grupo Local. Este fato não foi considerado por Davis & Peebles pois, naquela ocasião, o número e a origem de todos os movimentos que compõem a anisotropia

da radiação cósmica não estavam bem claros.

Alguns autores, entre eles, Sandage & Tammann (1984), notaram que grande parte do movimento do Grupo Local deveria estar dirigida para outra direção que não a do aglomerado de Virgem.

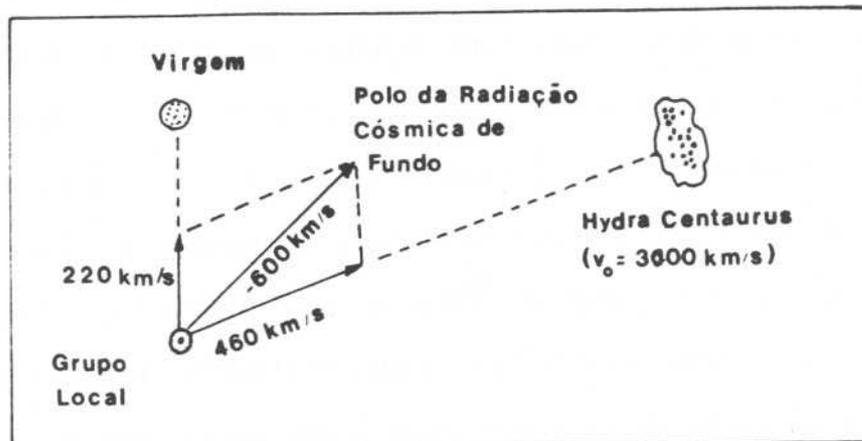


Fig. III.3- Decomposição do vetor velocidade do Grupo Local em relação à radiação cósmica de fundo. Segundo Tammann & Sandage (1985).

Eles decompuseram a velocidade do Grupo Local na direção do polo da radiação cósmica de fundo em duas componentes, uma na direção de Virgem com $v_{VC} = 220 \pm 50 \text{ km.s}^{-1}$ e uma segunda componente na direção do Superaglomerado de Hydra-Centaurus ($l = 270^\circ$, $b = 10^\circ$; $v_o = 3000 \text{ km.s}^{-1}$) com uma velocidade de $460 \pm 70 \text{ km.s}^{-1}$ [Fig. (III.3)].

A eq. (3.4.7) mostra que este Superaglomerado pode ser, de fato, o responsável por este movimento. Para $\Omega_o = 0,12$, $v_1 = 460$

km. s^{-1} e $v_H(\text{HC}) = (3000 + 460) \text{ km. s}^{-1}$, o excesso de densidade $\delta = 3v_1 / (v_H \cdot \Omega^{0,6}) = 1,6$, o qual pode ser eventualmente testado pela observação.

Outras modificações no fluxo de Hubble foram sugeridas por Dressler & outros (1987) ao apresentarem os resultados de suas medidas espectroscópicas e fotométricas de galáxias elípticas. Eles coletaram dados para uma amostra de 423 galáxias, com velocidade média de aproximadamente 3000 km. s^{-1} e velocidade máxima de 6000 km. s^{-1} . As distâncias destas galáxias foram obtidas através de uma relação empírica entre a dispersão de velocidades centrais e o diâmetro angular, definido pelo brilho superficial da galáxia. Com estas distâncias, eles estimaram as velocidades residuais do fluxo de Hubble e notaram que estes desvios exibiam uma variação sistemática ao longo da esfera celeste. Esta variação foi interpretada como um fluxo global das galáxias elípticas, com uma magnitude de $599 \pm 104 \text{ km. s}^{-1}$ em relação à radiação cósmica de fundo, na direção $l = 312^\circ \pm 11$, $b = 6^\circ \pm 10$. Deste fluxo fariam parte a Superaglomerado de Hydra-Centaurus e também o Grupo Local, assim como todas as galáxias dentro de uma esfera de aproximadamente 10000 km. s^{-1} de diâmetro. A origem deste movimento foi atribuída à uma grande concentração de massa (Lynden-Bell & outros, 1988), centrada à aproximadamente $45 h^{-1} \text{ Mpc}$ de distância, e apelidada por Dressler, o "Grande Atrator". O modelo do Grande Atrator é ainda controverso mas parece clara a existência de desvios significativos no fluxo de Hubble em grandes escalas.

A inclusão do fluxo do Grande Atrator modifica significativamente os modelos de atração Virgocêntrica. Segundo

Faber & Burstein (1988), a velocidade do Grupo Local na direção de Virgem é um pouco menor do que os valores convencionais. Removendo o campo gravitacional do Grande Atrator, a estimativa que se obtém para v_{vc} é

$$v_{vc} = 85 - 133 \text{ km. s}^{-1} . \quad (3.4.18)$$

Em seu estudo sobre o Grande Atrator, Dressler (1989) obteve um baixo valor para o parâmetro de densidade ($\Omega_0 = 0,1 - 0,2$). Para encontrar este resultado ele repetiu o modelo de atração Virgocêntrica, em uma escala três vezes maior, admitindo que a matéria fora da esfera centrada no Grande Atrator e com raio até o Grupo Local, esteja uniformemente distribuída. Obviamente esta é uma proposição duvidosa e a eficiência de simples modelos esféricos para fornecer estimativas confiáveis para Ω_0 é questionada.

No capítulo 4, a influência dos movimentos sistemáticos na determinação do parâmetro de densidade será especialmente discutida.

Feitas estas considerações sobre possíveis modificações no fluxo de Hubble, resumizamos os resultados obtidos a partir do movimento do Grupo Local na direção do aglomerado de Virgem, considerando o seguinte intervalo para Ω_0 :

$$\Omega_0 = 0,1 - 0,2 . \quad (3.4.19)$$

A técnica de se medir a densidade média usando o fluxo Virgocêntrico seria muito eficaz, se pudéssemos garantir que toda

matéria no universo tivesse a mesma distribuição espacial que as galáxias. Se, entretanto, pudermos mostrar que Ω é maior que o valor encontrado através do fluxo Virgocêntrico, seremos forçados a concluir que parte da matéria invisível deve estar distribuída mais extensamente do que as galáxias visíveis.

De fato, sabe-se hoje que o modelo de fluxo no Superaglomerado Local é muito simplista (Yahil, 1990). O problema está em se desprezar outras fontes de gravidade além de Virgem, como superaglomerados vizinhos (Lilje & outros, 1986) e principalmente, os vazios locais no Hemisfério Norte Supergalático (Yahil & outros, 1980; Tully & Fisher, 1987).

3.5- Densidade Média de Luminosidade das Galáxias

Talvez o método mais antigo e direto de se estimar o parâmetro de densidade consista em se medir a densidade de luminosidade da matéria \mathcal{L} e determinar a razão massa-luminosidade (M/L) apropriada. Desta maneira, a densidade de massa ρ_0 pode ser obtida e uma medida de Ω_0 , independente de H_0 , pode ser encontrada.

Como a luminosidade refere-se à matéria visível, a estimativa que se faz para ρ_0 e Ω_0 correspondem aos seus limites inferiores.

A razão M/L permite estimar a quantidade de matéria luminosa que contribui para massa total do sistema e determina a fração de matéria escura existente. Se mostrarmos que a densidade de massa, deduzida apenas da matéria visível, é muito menor que a densidade encontrada através da atração gravitacional de Virgem, podemos

comprovar a existência de matéria escura (Sec.2.2).

Quantitativamente é fácil verificarmos que a razão entre a massa do sistema, expressa em massas solares, e sua luminosidade visual, expressa em luminosidades solares, pode ser dada por

$$\frac{M}{L} = \frac{\rho_0}{\mathcal{L}} \quad , \quad (3.5.1)$$

onde \mathcal{L} é a densidade de luminosidade.

Usando a eq.(3.2.9) e explicitando Ω_0 , obtemos

$$\Omega_0 = \frac{\mathcal{L} \cdot (M/L)}{\rho_{crit}} \quad . \quad (3.5.2)$$

Logo, conhecida a densidade de luminosidade \mathcal{L} e a razão M/L , Ω_0 é prontamente calculado. A determinação de \mathcal{L} pode ser feita através do conhecimento da função de luminosidade $\Phi(L)$ para as galáxias, definida de tal forma que $\Phi(L)dL$ seja o número de galáxias por unidade de volume no intervalo de luminosidades de L a $L+dL$. Assim, para encontrarmos \mathcal{L} , basta integrarmos o produto de L por $\Phi(L)dL$ em todo intervalo possível de L :

$$\mathcal{L} = \int_0^{\infty} L\Phi(L)dL \quad . \quad (3.5.3)$$

Nesta equação, $\Phi(L)$ é a função distribuição de luminosidade das galáxias, ajustada convenientemente pela função de Schechter (Schechter, 1976),

$$\Phi(L)dL = \Phi_* \left[\frac{L}{L_*} \right]^\alpha e^{-L/L_*} d \left[\frac{L}{L_*} \right] \quad (3.5.4)$$

Esta função nada mais é que uma aproximação analítica para as observações. Nela, Φ_* , L_* e α são parâmetros a serem determinados a partir dos dados. O parâmetro Φ_* é um número por unidade de volume e L_* é uma "luminosidade característica" (com uma equivalente "magnitude absoluta característica"), na qual a função luminosidade exhibe uma variação brusca de inclinação no plano ($\log\Phi, \log L$).

É importante notar que a luminosidade é usada apenas como um indicador de massa. Admitiremos neste cálculo que a luminosidade "trace" a matéria e que portanto, $\rho \propto \mathcal{L}$. Consequentemente, não é necessário medir a densidade de luminosidade total. Precisamos apenas usar um sistema fotométrico consistente para medir \mathcal{L} , encontrar a quantidade de massa por unidade de luminosidade existente nesse sistema, e fazer o produto. Em geral este cálculo é feito separadamente para sistemas de tipos tardios (galáxias espirais) e sistemas de primeiros tipos (galáxias elípticas e SO).

A análise das amostras completas de galáxias do *Catálogo Revisado de Shapley-Ames* (Sandage & Tammann, 1981) fornece a densidade de luminosidade do universo. Corrigidas devido aos efeitos do excesso de densidade do aglomerado de Virgem, estas luminosidades, no sistema de magnitudes no azul (Yahil & outros, 1980; Sandage & Tammann, 1981) são

$$\mathcal{L} = 11,2 \times 10^7 h_0 L_\odot \text{ Mpc}^{-3}, \quad (3.5.5)$$

para galáxias espirais, e

$$\mathcal{L} = 4,4 \times 10^7 h_0 L_\odot \text{ Mpc}^{-3} , \quad (3.5.6)$$

para galáxias E e SO.

Após a correção da luminosidade das galáxias espirais por causa da absorção interna, o valor somado (total) passa a ser

$$\mathcal{L} = 17,6 \times 10^7 h_0 L_\odot \text{ Mpc}^{-3} . \quad (3.5.7)$$

Para qualquer razão massa-luminosidade dada (em unidades solares), a densidade média de matéria torna-se, no sistema CGS,

$$\rho_0 = 1,5 \left(\frac{M}{L} \right) \times 10^{-32} h_0 \text{ g.cm}^{-3} . \quad (3.5.8)$$

Considerando o valor da densidade crítica dado por (3.2.7) e levando estes resultados em (3.2.9) encontra-se

$$\Omega_0 = 0,8 \left(\frac{M}{L} \right) \times 10^{-3} h_0^{-1} . \quad (3.5.9)$$

Como M/L é proporcional a h_0 , o valor de Ω_0 independe do valor adotado para H_0 .

O problema agora é a determinação da razão M/L . Existe uma variedade de técnicas que podem ser empregadas com esta finalidade. *Faber & Gallagher (1979)*, apresentaram um estudo detalhado sobre diferentes métodos de obtenção desta razão.

Determinação da Razão M/L para as Galáxias Espirais

Para galáxias espirais, o estudo das curvas de rotação constitui o método mais eficiente. Quando a curva completa da velocidade de rotação em função da distância ao centro da galáxia é conhecida, um modelo de distribuição de massa que se ajuste à curva pode ser encontrado e a massa total do sistema é determinada.

Se V é a componente na linha de visada da velocidade de rotação de uma galáxia, à uma distância r do seu eixo de rotação, a igualdade entre as forças centrífuga e gravitacional

$$\frac{V^2(r)}{r} = \frac{GM(r)}{r^2} \quad (3.5.10)$$

permite obter a massa da galáxia contida no raio r :

$$M(r) = \frac{rV^2(r)}{G} \quad (3.5.11)$$

Nesta equação, G é a constante gravitacional e constatamos que à medida que r tende ao raio limite da galáxia, $M(r)$ tende à sua massa total.

Durante algum tempo a velocidade rotacional $V(r)$ da galáxia foi obtida através da espectroscopia ótica, medindo-se as velocidades das regiões H II. Com a descoberta que o hidrogênio atômico neutro se estendia além das regiões óticamente brilhantes da maioria das galáxias espirais, a velocidade $V(r)$ passou a ser calculada a partir do deslocamento para o vermelho da linha de 21 cm do hidrogênio neutro [Fig. (III.4)]. Assim, tornou-se possível acompanhar a dinâmica da galáxia até raios bem distantes da última região H II observável. Através deste método, obtem-se as massas

das galáxias espirais (M_s) dentro do intervalo (Faber & Gallagher, 1979)

$$10^9 \leq M_s \leq 10^{12} M_\odot, \quad (3.5.12)$$

e para a razão massa-luminosidade (Börner, 1988)

$$8h_0 \leq M/L \leq 20h_0. \quad (3.5.13)$$

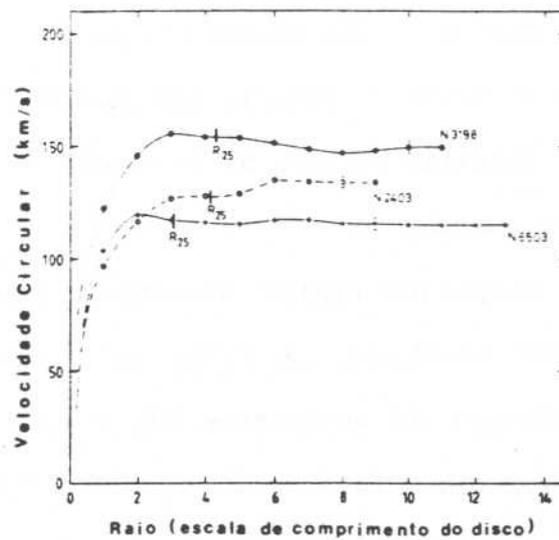


Fig.III.4- Curvas de rotação de galáxias espirais. (Sancisi & van Albada, 1987)

A curva de rotação do disco de uma galáxia espiral, com uma distribuição de massa interna que segue a lei de brilho (Freeman, 1970)

$$I(r) = I_0 \exp(-\alpha r) \quad (3.5.14)$$

deve exibir um comportamento Kepleriano ($r^{-1/2}$) para grandes raios (Brandt 1960). Uma rápida análise da Fig.(III.4) revela um comportamento completamente diferente. Em muitos casos a velocidade $V(r)$ permanece praticamente constante para valores de r além das extremidades visíveis. De fato, observações em rádio mostram que a velocidade de rotação permanece constante até o limite da observação (diversas vezes o raio ótico). Isto significa que a matéria luminosa não reproduz a distribuição de massa verdadeira e, como $M(r) \propto r$, uma grande fração da massa total da galáxia deve estar na forma de matéria não luminosa. A estimativa da massa total das galáxias através da extrapolação das curvas de rotação, fica assim prejudicada.

As curvas de rotação nas regiões internas das galáxias também podem trazer alguns problemas. A falta de resolução espacial adequada e a existência de movimentos não circulares perto do núcleo (Bosma, 1978, "apud" Pacheco & Junqueira, 1988) afetam as curvas de rotação, inviabilizando sua utilidade como indicadores da distribuição de massa.

Determinação da Razão M/L para as Galáxias E e SO

Três métodos básicos podem ser usados para se determinar as distribuições de massa de sistemas estelares esferoidais (galáxias E e SO): o teorema do Virial global, as dispersões de velocidades centrais e o estudo do movimento circular de uma partícula-teste

ao redor da componente esferoidal.

No primeiro método, o teorema do Virial aplicado à uma galáxia em equilíbrio estatístico, estabelece que a soma da energia potencial gravitacional U com o dobro da energia cinética T , deve ser zero. Isto é,

$$U + 2 T = 0 \quad . \quad (3.5.15)$$

Se R é o raio da galáxia, M é a massa total e $M(r)$ é a massa contida numa esfera de raio r , a energia potencial é

$$U = - G \int_0^R \frac{M(r)dM}{r} \quad , \quad (3.5.16)$$

enquanto que a energia cinética do sistema é

$$T = \frac{1}{2} M \langle v^2 \rangle \quad , \quad (3.5.17)$$

onde $\langle v^2 \rangle$ é a velocidade quadrática média das estrelas, ponderada pela massa, em relação ao centro de massa da galáxia.

Ao se escrever estas equações, admite-se que a galáxia é esférica e não possui movimento de rotação. A determinação de $\langle v^2 \rangle$ se dá através da estimativa das dispersões de velocidades σ do núcleo, observadas na linha de visada, admitindo-se que σ^2 é constante em toda galáxia. Esta é, entretanto, uma suposição não confirmada observacionalmente.

Novamente a distribuição de luz é considerada traçadora de matéria e os perfis de luminosidade das galáxias elípticas são

descritos por expressões empíricas, como $R^{1/4}$ - lei de de Vaucouleurs (Young, 1976). Nestas condições a solução da integral (3.5.16) é

$$U = - 0,33 \frac{GM^2}{R_e} , \quad (3.5.18)$$

onde R_e é o raio efetivo, isto é, o raio isofotal contendo metade da luz (e massa).

Substituindo (3.5.18) e (3.5.17) em (3.5.15), obtemos a massa total da galáxia,

$$M \propto \frac{\langle v^2 \rangle R_e}{G} . \quad (3.5.19)$$

Na verdade, os perfis externos das galáxias elípticas que se correlacionam com o meio (Kormendy, 1977; Strom & Strom, 1978) e a luz total nos envelopes de algumas galáxias cD (Oemler, 1976; Carter, 1977) apresentam significantes desvios da lei de de Vaucouleurs. Além disso, se as galáxias estiverem realmente envolvidas por grandes quantidades de matéria escura, o raio R_e , determinado exclusivamente pela luz das estrelas, pode não representar a verdadeira distribuição de massa da galáxia.

O segundo método aplica as equações da hidrodinâmica estelar somente ao núcleo da galáxia. Os dados observacionais necessários para a aplicação deste método são o brilho superficial central I , o raio do núcleo r_c e a dispersão de velocidades centrais σ na linha de visada. Para um modelo de King, no qual a distribuição de velocidades do núcleo é Gaussiana e isotrópica, a densidade de

massa central (Rood & outros, 1972) dada por

$$\rho = \frac{9\sigma^2}{4\pi Gr_c^2} \quad (3.5.20)$$

permite calcular prontamente a razão M/L .

O último método é aplicável aos discos estelares das galáxias SO e ao gás existente na órbita das galáxias elípticas. Este é um método extremamente simples e direto, no qual a massa do sistema é encontrada a partir da análise da força que atua sobre uma partícula teste, em movimento circular ao redor da componente esferoidal da galáxia.

Os resultados da aplicação de qualquer um destes três métodos permitem estabelecer o seguinte intervalo para as massas das galáxias elípticas, M_e (Contopoulos & Kotsakis, 1987):

$$10^6 \leq M_e \leq 10^{13} \quad (3.5.21)$$

Com isto, um típico valor para a razão M/L destas galáxias é

$$M/L = 14 h_0 \quad (3.5.22)$$

Determinação da Razão M/L para as Galáxias Binárias

Na determinação da massa de um sistema binário de galáxias, a técnica se baseia no estudo estatístico das órbitas destas galáxias. Neste caso, algumas considerações podem ser feitas a título de simplificação. O modelo mais simples é aquele no qual a órbita é circular, as galáxias estão ligadas gravitacionalmente e

interagem como massas pontuais, não há matéria intergaláctica e o sistema está isolado.

Nesta abordagem, a comparação entre a força centrífuga e a força gravitacional, usando as velocidades das duas galáxias que constituem o sistema em relação ao seu centro de massa, permite obter a soma das duas massas.

Devido aos efeitos de projeção, a velocidade orbital total e a separação espacial entre as galáxias não são observáveis. Estas grandezas são determinadas através da diferença da velocidade radial e da separação projetada.

O êxito do método das binárias depende da eficiência em se identificar os pares que são sistemas físicos reais. Para que duas galáxias constituam um sistema binário alguns critérios de seleção devem ser aplicados. Estes critérios baseiam-se essencialmente nas propriedades observáveis.

Entre os maiores estudos das massas de galáxias binárias estão os de *Page (1961)*, *Turner (1976)*, *Peterson (1978)*, *White & outros (1983)* e *Karachentsev (1985)*. Uma análise comparativa entre os trabalhos destes dois últimos foi elaborada por *Junqueira (1986)* com o objetivo de avaliar o seu próprio método e investigar as razões das discrepâncias entre os resultados dos diferentes autores. A resposta para esta questão, segundo *Faber & Gallagher (1978)*, está nas incertezas relacionadas com as amostras.

Apesar destas dificuldades, para separações espaciais maiores que 100 kpc, os dados das binárias indicam

$$25h_0 \leq M/L \leq 50h_0 \quad (3.5.23)$$

Determinação da Razão M/L para Grupos e Aglomerados de Galáxias

Finalmente, na determinação da massa de pequenos grupos de galáxias ou mesmo aglomerados, o teorema do virial também pode ser aplicado. As velocidades radiais das galáxias que constituem os aglomerados, obtidas através de observações espectroscópicas, são consideradas com esta finalidade. A massa destes objetos foram primeiramente obtidas por Zwicky (1933) e Smith (1936). Os resultados destes estudos, aplicados ao aglomerado de Virgem, indicaram uma massa centena de vezes maior do que a calculada a partir da soma das galáxias individuais. A existência de uma quantidade substancial de matéria escura nos aglomerados passou a ser, desde então, considerada.

Assim como nos métodos anteriormente citados, algumas dificuldades também são esperadas quando calculamos a massa dos aglomerados: a inclusão de sistemas dinamicamente jovens, ligados mas não relaxados, implicam numa super estimativa da massa; o raio gravitacional médio, obtido através da distribuição de galáxias, pode ser afetado pelas galáxias de fundo; uma função de luminosidade universal que caracterize os aglomerados, parece pouco provável (Dressler, 1978); e a definição dos tipos de órbitas (radial ou circular), para posterior correção da dispersão de velocidades observadas, resulta em incertezas na energia cinética.

Contudo, algumas estimativas das massas dos aglomerados podem ser feitas. Massas M_c da ordem de

$$10^{13} \leq M_c \leq 10^{15} M_{\odot} \quad (3.5.24)$$

são usualmente encontradas, e para escalas de distância da ordem de 1000 kpc, a razão média M/L para aglomerados é (Sancisi & van Albada, 1987)

$$M/L = 400h_0 \quad (3.5.25)$$

Com os resultados obtidos para a razão massa-luminosidade dos diferentes objetos e sistemas, podemos concluir que esta razão cresce com o tamanho linear do sistema considerado. Este fato pode indicar a presença de quantidades cada vez maiores de matéria escura à medida que sistemas maiores são avaliados.

Com a crescente disponibilidade de novos e mais completos catálogos de velocidades radiais, algumas indicações da existência de subestruturas complexas nos grandes aglomerados parecem evidenciar a possibilidade destes sistemas não terem ainda alcançado o equilíbrio dinâmico (Borner, 1988). Com isto, as estimativas de massa feitas a partir de considerações de equilíbrio, devem ser revistas.

Conhecido o valor da razão M/L , a eq. (3.5.9) pode fornecer Ω_0 . Sandage & Tammann (1984), adotaram $M/L = 50h_0$ para pares de galáxias espirais e $M/L = 650h_0$ para aglomerados. Aplicando a razão de população entre espirais e elípticas, eles obtiveram a razão média de $176h_0$ para M/L e encontraram

$$\Omega_0 = 0,14 \quad (3.5.26)$$

para pares e aglomerados. Levando em conta um erro provável de um fator de 2, uma estimativa razoável para Ω_0 é 0,1-0,3.

Tomando como base os resultados aqui mencionados, assim como o trabalho de revisão de Huchra (1986) a respeito da determinação dos parâmetros cosmológicos e o estudo desenvolvido por Sancisi & van Albada (1987) sobre as evidências observacionais para a matéria escura em pequenas e grandes escalas, elaboramos a tabela 3.2, onde os valores da razão M/L e Ω_0 são apresentados.

Tabela 3.2 - Razão M/L e Ω_0 para diferentes objetos

Objetos	$M/L h_0$	Ω_0
galáxias S	8-30	0,01-0,02
galáxias E+SO	8-30	0,01-0,02
galáxias binárias	10-50	0,01-0,04

Em resumo, o método de determinação do parâmetro de densidade Ω_0 , através da densidade média de luminosidade do universo, resulta no intervalo de 0,01 a 0,4 aproximadamente, para este parâmetro, onde o limite superior inclui aqueles sistemas para os quais a hipótese de equilíbrio dinâmico é considerada e que por este motivo não foram incluídos na tabela 3.2. Em particular, se compararmos o resultado obtido por Sandage & Tammann (1984) para pares e aglomerados ($\Omega_0=0,14$) com o resultado encontrado através da velocidade peculiar Virgocêntrica ($\Omega_0=0,08$), observamos que, considerado os erros, os dois valores são praticamente idênticos. Se a densidade de massa computada apenas pela luminosidade de todas as galáxias visíveis fosse muito menor que a densidade calculada pelo fluxo Virgocêntrico, teríamos uma maneira direta de

se testar a matéria escura. Como, neste caso, isto não ocorre e, pelo contrário, o que se verifica é a igualdade entre as densidades, podemos pensar que a mesma matéria, não luminosa na sua maior parte e que mantém os pares e aglomerados de galáxias unidos, também é responsável pela aceleração em direção a Virgem, não havendo portanto matéria escura além dessa.

Devemos notar que se desejarmos obter $\Omega \cong 1$, necessitamos de 100 vezes mais quantidade de matéria escura do que visível, isto é, que a razão M/L seja da ordem de $10^3 M_{\odot}/L_{\odot}$.

3.6- A Nucleossíntese Primordial e o Valor Atual da Densidade Média de Bárions.

A nucleossíntese primordial de elementos muito leves como o D, ^3He , ^4He e ^7Li , que deve ter ocorrido algumas dezenas de segundos após o nascimento do universo, é uma consequência natural da hipótese do *Big Bang*. Segundo esta teoria, o universo era provavelmente muito quente, podendo alcançar temperaturas de pelo menos 10^{12}K , decorridos aproximadamente 10^{-4} segundos de seu início. Um pouco mais tarde, quando a idade do universo ainda era muito menor que 1 segundo e a temperatura da ordem de 10^{10}K , o universo era constituído por um mar de fótons, elétrons, neutrons, protons, neutrinos e outras partículas e suas correspondentes antipartículas, todas em equilíbrio estatístico. Com a diminuição gradativa e lenta da temperatura, as reações nucleares entre as partículas tornaram-se possíveis e resultaram nos primeiros núcleos compostos: era o início da nucleossíntese primordial!

Quando a temperatura era da ordem de 10^9 K, as reações entre prótons e nêutrons livres foram responsáveis pela produção de deutério (Boesgaard & Steigman, 1985; Longair, 1988). Este, por sua vez, propiciou a formação de elementos mais pesados, notadamente ^3He e ^4He . Passados cerca de 15 minutos, a síntese destes elementos, incluindo o ^7Li , já havia se completado.

Nem todo deutério formado pela captura de nêutrons pelos elétrons reage para formar hélio. Um pequeno resíduo pode sobrar. A quantidade exata deste resíduo depende sensivelmente da densidade de bárions existente durante a época de produção do hélio. Uma densidade de bárions maior naquela época significa uma probabilidade de captura maior para as reações nucleares e, portanto, uma fração menor de núcleos residuais de deutério.

Tanto no modelo de universo aberto como no fechado, grandes quantidades de deutério são produzidas e, em seguida, destruídas pelas colisões com os prótons. Como a densidade durante a era da nucleossíntese é menor no modelo aberto do que no modelo fechado, a quantidade de deutério destruído colisionalmente é menor no primeiro modelo. Conseqüentemente, a abundância resultante de deutério pode ser significativamente maior neste modelo, em comparação com a quantidade predita no modelo fechado [Fig. (III.5)].

Embora a abundância do deutério seja extremamente sensível à densidade do universo, o mesmo não ocorre com o hélio. Há pouca diferença entre a quantidade de hélio produzida num modelo aberto ou num modelo fechado. Com a diminuição da densidade, a velocidade da reação diminui mas não afeta significativamente a abundância final do hélio.

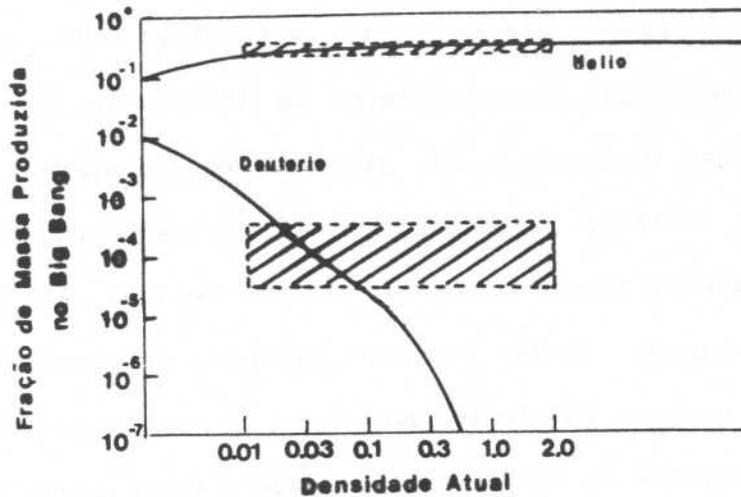


Fig. III.5- Dependência da nucleossíntese sobre a densidade média de matéria no universo. As regiões hachuradas indicam o intervalo de abundâncias consistente com as observações. Segundo Silk, 1989.

A nucleossíntese primordial prediz a abundância dos elementos leves existentes nos tempos iniciais do universo ($t \ll 1 \times 10^9$ anos); contudo, as abundâncias são medidas muito tempo depois ($t \cong 3-15 \times 10^9$ anos). Durante este intervalo de tempo os processos astrofísicos têm bastantes oportunidades de alterar as evidências fósseis. Por este motivo, o D e o ^4He são de particular importância pois são muito difíceis de serem produzidos em sítios astrofísicos contemporâneos. O deutério, por exemplo, é facilmente destruído, usualmente queimando-se em ^3He e sua abundância atual deve representar um limite inferior da abundância primordial (Epstein & outros, 1976). Por sua vez, a abundância do ^4He

presentemente observada é muito grande e a possibilidade de contaminação pelo ${}^4\text{He}$ produzido no curso da evolução estelar e galáctica é muito pequena. De fato, a produção adicional de ${}^4\text{He}$ pelas estrelas, mesmo nas regiões onde há significantes processos estelares, não é muito grande e, além disso, é rapidamente convertida em elementos mais pesados. Em contrapartida, as abundâncias observadas do ${}^3\text{He}$ e ${}^7\text{Li}$ são muito pequenas, e como estes elementos são mais facilmente produzidos e destruídos durante a evolução estelar e galáctica, torna-se muito difícil estimar suas abundâncias primordiais com algum grau de confiança. Contudo, usados com a devida cautela, estes elementos também podem fornecer contribuições significantes para o cálculo da densidade cosmológica atual (Yang & outros, 1984).

A comparação entre a previsão teórica da abundância primordial dos elementos leves, sintetizados durante os primeiros minutos da evolução do universo, com as abundâncias pré-galácticas, calculadas a partir de dados observacionais, constitui um importante método de determinação do parâmetro de densidade cosmológica. O valor atual da densidade média de barions pode ser calculado e a razão entre este valor e a densidade crítica permite encontrar Ω_b e estabelecer o modelo de universo correspondente.

O parâmetro cosmológico Ω_b e a correspondente densidade de barions ρ_b podem ser expressos em termos de η , a razão entre o número de barions e fótons:

$$\Omega_b = 3,53 \times 10^7 h_0^{-2} \eta (T_0/2,7 K)^3 \quad (3.6.1)$$

e

$$\rho_b = (6,64 \times 10^{-22} \text{ g.cm}^{-3}) \eta (T_0/2,7 K)^3 \quad (3.6.2)$$

Nestas equações, T_0 é a temperatura atual da radiação de microondas de fundo, ou seja, a temperatura da radiação de corpo negro.

Calculadas as abundâncias primordiais do D, ^3He , ^4He e ^7Li e a razão entre bárions e fótons, η , a densidade Ω_b pode então ser estimada.

A Abundância do Deutério

Os principais métodos de determinação das abundâncias dos elementos leves foram sumarizados por *Audouze (1984, 1986)*. Para o deutério, dois sítios são comumente investigados: o Sistema Solar e o meio interestelar. O vento solar, os meteoritos e as atmosferas dos planetas gigantes são estudados no primeiro caso. As medidas do conteúdo do vento solar (*Geiss & Reeves, 1972, 1981; Audouze, 1982*) parecem ser mais confiáveis do que àquelas obtidas através dos meteoritos e das atmosferas dos planetas gigantes, onde o fracionamento químico pode ocorrer. O valor do sistema solar, contudo, depende da abundância do ^3He por ocasião do nascimento do sistema solar. No segundo caso, as linhas de absorção do D no UV, emitidas de estrelas próximas, permitem estimar a abundância do deutério interestelar. Estas estimativas variam significativamente com a direção. Combinando todas as incertezas observacionais e levando em conta a falta de conhecimento detalhado dos modelos de evolução química considerados, obtem-se o intervalo de

$$1,6 \times 10^{-5} \leq D/H \leq 2,0 \times 10^{-4} \quad (3.6.2)$$

para a abundância primordial do D (em massa). Como estes valores são muitos baixos, alguns cenários locais alternativos têm sido propostos e refutados. A síntese nas ondas de choque das supernovas, a síntese por raios cósmicos galáticos e a síntese pré-galática por objetos super-massivos colapsantes são algumas destas possibilidades. Entretanto, além do D, estes mecanismos produziriam quantidades muito grandes de lítio, berílio e boro, dificultando a determinação da abundância do D. Considerando com o devido cuidado, o intervalo dado por (3.6.2) deve ser aceito para as abundâncias primordiais verdadeiras. Para evitar conclusões baseadas mais em hipóteses de modelos do que em dados observacionais, podemos nos contentar com um limite inferior para a abundância do deutério:

$$D/H > (1 - 2) \times 10^{-5} \quad (3.6.3)$$

A abundância do ^3He

O Sistema Solar e o meio interestelar também são os sítios astrofísicos que podem fornecer a abundância do ^3He . Os valores resultantes das análises obtidas a partir do vento solar e dos meteoritos ricos de gás (Geiss & Reeves, 1972, 1981), juntamente com os estudos das linhas de ^3He provenientes de diferentes regiões galáticas H II (Wilson & outros, 1983), situam-se no intervalo

$$2,0 \times 10^{-5} \leq {}^3\text{He}/\text{H} \leq 3,0 \times 10^{-4} \quad (3.6.4)$$

Combinado as abundâncias do ${}^3\text{He}$ e do D (Yang & outros, 1984), obtem-se

$$3,0 \times 10^{-5} \leq ({}^3\text{He}/\text{H} + \text{D}/\text{H}) \leq (6,0 - 10,0) \times 10^{-5} \quad (3.6.5)$$

Os limites superiores de $({}^3\text{He} + \text{D})/\text{H}$ dependem dos modelos específicos de evolução química da galáxia. Os valores expressos em (3.6.5) são obtidos se a sobrevivência do ${}^3\text{He}$ primordial e a conversão de D em ${}^3\text{He}$ são levadas em consideração, desprezando-se o ${}^3\text{He}$ sintetizado recentemente.

A Abundância do ${}^4\text{He}$

Um dos procedimentos mais eficientes para se deduzir a abundância primordial do ${}^4\text{He}$ consiste em se observar as linhas de He no comprimento ótico, provenientes de galáxias compactas azuis (Kunt & Sargent, 1983). A razão desta escolha se deve ao fato destas galáxias terem uma luminosidade relativamente alta e uma densidade de gás interestelar de baixa metalicidade. Este não é, entretanto, o único método para se determinar a abundância do ${}^4\text{He}$. As regiões H II, vários tipos de estrelas, nebulosas planetárias e o Sistema Solar podem fornecer medidas da abundância deste elemento. Apesar de algumas dificuldades relacionados com o grau de ionização do He, processos de enriquecimento, contaminação por elementos pesados, formação estelar, etc., todos os valores encontrados a partir destes diferentes métodos coincidem dentro da

faixa de erros estatísticos e estão em concordância com as predições do modelo do *Big Bang*. O resultado para a abundância primordial do ^4He , em frações de massa, estimada por qualquer um destes métodos, pode ser incluído no intervalo

$$0,22 \leq Y \leq 0,25 \quad . \quad (3.6.6)$$

A Abundância do ^7Li

A observação das linhas de Li, no comprimento de 6702 Å, provenientes de diversas estrelas com halos (*Spite & Spite, 1982*), pode fornecer informações sobre a abundância primordial do ^7Li . Os valores encontrados a partir desta análise são cerca de dez vezes menores do que os valores citados para o Sistema Solar e para o meio interestelar (*Audouze, 1984; Boesgaard & Steigman 1985*). Apesar das dificuldades em se determinar com precisão a abundância primordial do Li a partir das observações, uma estimativa cuidadosa pode ser

$$1,0 \times 10^{-10} \leq ^7\text{Li}/\text{H} \leq 8,05 \times 10^{-10} \quad . \quad (3.6.7)$$

Estabelecido este intervalo, a explicação para a grande abundância observada no Sistema Solar e na maioria das estrelas *F* da sequência principal, está no provável enriquecimento do ^7Li durante a evolução galáctica, devido às explosões das novas ou pelos ventos solares provenientes das gigantes vermelhas ricas em Li.

Os resultados para as abundâncias dos elementos leves acima

apresentados são sumarizados na Tab. 3.3.

Tabela 3.3 - Abundâncias primordiais observadas

Deutério	$(1-2) \times 10^{-5} \leq D/H \leq 2,0 \times 10^{-4}$
Hélio-3	$2,0 \times 10^{-5} \leq {}^3\text{He}/H \leq 3,0 \times 10^{-4}$
Deutério + Hélio-3	$3,0 \times 10^{-5} \leq {}^3\text{He}/H + D/H \leq (6-10) \times 10^{-4}$
Hélio-4	$0,22 \leq Y \leq 0,25$
Lítio	$1,0 \times 10^{-10} \leq {}^7\text{Li}/H \leq 8,0 \times 10^{-10}$

Confrontação da Teoria com os Dados

Os primeiros trabalhos que utilizaram o modelo padrão de universo quente para predizer as abundâncias dos elementos leves e estimar a densidade de barions, foram desenvolvidos por *Peebles* (1966) e *Wagoner & outros* (1967). Mais tarde o modelo foi revisado por *Wagoner* (1973) e *Yang & outros* (1979). Recentemente os mesmos cálculos foram desenvolvidos por *Yang & outros* (1984), *Boesgaard & Steigman* (1985) e *Walker & outros* (1991). As diferenças fundamentais entre estes trabalhos, realizados no decorrer dos últimos 25 anos, estão nos cálculos das razões das reações nucleares e nas determinações do tempo de vida do neutron.

Utilizando apenas partículas conhecidas, isto é, admitindo a existência de três espécies de neutrinos leves (ν_e, ν_μ, ν_τ ; $N_\nu=3$), as predições deste modelo dependem somente de um parâmetro: a razão $\eta = n_B/n_\gamma$, ou equivalentemente, a densidade de barions, pois n_γ é obtida a partir de medidas da radiação cósmica de fundo.

intervalo um pouco maior: $\eta_{10} = (4-9)$. Vemos, portanto, que há um pequeno intervalo na abundância do nucleon para a qual as predições do modelo padrão estão de acordo com as abundâncias primordiais do D, ${}^3\text{He}$ e ${}^7\text{Li}$ estimadas a partir dos dados observacionais. Considerando este intervalo como

$$4 (3) \times 10^{-10} \leq \eta \leq 7 (10) \times 10^{-10} , \quad (3.6.8)$$

obtemos para a densidade bariônica,

$$0,015 (0,011) \leq \Omega_b h^2 \leq 0,026 (0,037) \quad (3.6.9)$$

ou

$$0,015 (0,011) \leq \Omega_b \leq 0,16 (0,21) . \quad (3.6.10)$$

Nestas expressões os valores entre parênteses representam as estimativas mais cautelosas.

Como a matéria luminosa contribui com menos de 1% da densidade crítica, e como as determinações dinâmicas sugerem que $\Omega_0 = 0,2 \pm 0,1$, o resultado de que $\Omega_b \geq 0,015$ nos leva a concluir que deve haver matéria bariônica não luminosa.

3.7- Outros Métodos

Os três métodos utilizados para a determinação da densidade de massa do universo, descritos detalhadamente nos itens anteriores, não são os únicos que permitem estimar o parâmetro Ω_0 .

Outras alternativas de relevante importância devem ser também mencionadas pois podem vir a confirmar ou refutar as estimativas encontradas por estes métodos. Uma destas alternativas é o Teorema do Virial Cósmico. Este teste, que é na verdade uma afirmação estatística do equilíbrio hidrostático local, foi introduzido por *Peebles* em 1976 (*Peebles, 1976b*). A hipótese então adotada sugere que a aceleração peculiar média entre pares de galáxias é balanceada por um gradiente de pressão. Além de uma separação mínima, esta aceleração é dominada por uma função de correlação de 3 pontos, enquanto que a pressão é calculada através do produto da função de correlação de 2 pontos pela dispersão de velocidades dos pares. A função de correlação de 2 pontos mede o número médio de galáxias agrupadas ao redor de uma dada galáxia. Já a função de correlação de 3 pontos dá a média do quadrado do número de galáxias.

Aplicações do Teorema do Virial Cósmico têm resultado em diferentes conclusões sobre as dispersões de velocidades observadas e sobre a utilização da função de correlação de 3 pontos. Estimativas para as dispersões de velocidades conduzem a valores desde $\Delta V = 250 \text{ km.s}^{-1}$ (*Davis & Peebles, 1983a; Bean & outros, 1983*), dependendo dos conjuntos de dados e dos métodos de subtração do "background" devido aos pares óticos.

Há também o problema com o cálculo da aceleração gravitacional peculiar. A integral que envolve a função de autocorrelação de 3 pontos não converge rapidamente. Com isto a aceleração pode ser superestimada e o valor de Ω_0 é conseqüentemente subestimado (*Rivolo & Yahil, 1981; Davis & Peebles, 1983a*). Através da simulação de N-corpos (*Efstathiou &*

Eastwood, 1981, "apud" Yahil, 1987), pode-se testar esta integral e demonstrar que ela é satisfeita (Evrard & Yahil, 1985, "apud" Yahil, 1987). Contudo, a função de correlação de 2 pontos torna-se agora diferente da observada, mantendo-se a questão sobre a validade da integral.

A dependência com a densidade também precisa ser examinada quando se aplica o Teorema do Virial Cósmico. Como este teorema se refere ao equilíbrio hidrostático local, ele pode ser aplicado em diferentes regiões. Se, por exemplo, a formação de galáxias com viés é considerada, e a densidade de número de galáxias não é uma boa medida da densidade total de massa-energia, então o efeito deve ser revelado nos testes de equilíbrio hidrostático como uma função da densidade.

Apesar das diferenças encontradas nas dispersões de velocidades observadas ou na aplicação da função de correlação de 3 pontos, as estimativas para o parâmetro de densidade através do Teorema do Virial Cósmico, concordam que Ω_0 deve ser menor que 1. Valores da ordem de 0,1 a 0,3 são obtidos, indicando também a possibilidade da existência de grandes quantidades de matéria escura.

Um outro método que convém mencionar é o das simulações de N corpos (Gott & outros, 1979, Efsthathiou & Eastwood, 1981 e Davis & outros, 1985). Esta técnica endossa a conclusão obtida através da aplicação do Teorema do Virial Cósmico, segundo a qual as baixas dispersões de velocidades de galáxias observadas indicam a possibilidade de um universo aberto.

Os experimentos de N corpos constituem a única maneira realística de se modelar o agrupamento não linear de corpos

extensos. O objetivo das simulações é descobrir se o agrupamento das galáxias resulta de fato do crescimento de pequenas flutuações iniciais, via instabilidade gravitacional. Ao mesmo tempo, a análise estatística das funções de correlação, e sua dependência com o espectro de flutuações, são testadas.

Um aspecto interessante na técnica de N corpos é que ela trata tanto da destruição da hierarquia de aglomeramento através de processos de relaxação como do colapso de aglomerados recém formados. Os modelos de N corpos podem também produzir distribuições de partículas que se aproximam dos mapas de posições de galáxias e seus resultados numéricos estão de acordo com as formas das leis de potência das funções de correlação das galáxias, quando $\Omega_0 \cong 0,1$. O maior problema destes modelos é o intervalo dinâmico limitado. Dadas as condições iniciais adequadas, tais simulações são capazes de modelar as estruturas de grande escala do universo, mas não são tão eficientes em escalas menores, nas quais os sistemas "virializados" são usualmente investigados. As propriedades cinemáticas de galáxias binárias isoladas, por exemplo, não são reproduzidas através deste modelo.

3.8- Inflação e o Problema do Ω

Dentre as diversas técnicas existentes para se estimar Ω_0 , a maior parte delas parece conduzir ao intervalo $0,1 < \Omega_0 < 0,3$, muito diferente da densidade necessária para se fechar o universo, requerida, por exemplo, pela cosmologia inflacionária. Estes métodos, que usam as galáxias como partículas-teste para se obter

as medidas dinâmicas da densidade de matéria, apresentam a desvantagem de estarem associados apenas à massa gravitacional aglomerada numa escala menor que 10-30 Mpc.

Se as medidas dinâmicas estiverem corretas, um universo com $\Omega_0 = 1$ implicará na existência de uma componente da densidade de massa, não luminosa e menos aglomerada nas escalas de 10-30 Mpc do que as galáxias brilhantes. Esta quantidade adicional de densidade de massa não é detectada através dos usuais métodos dinâmicos, pois estes se aplicam apenas às escalas menores. Técnicas globais, cinemáticas, como os testes que relacionam as velocidades radiais com as magnitudes, ou com os ângulos, ou ainda com a contagem das galáxias (Kolb & Turner, 1990), podem revelar a presença desta massa adicional, mas são testes ainda não conclusivos.

Uma sugestão para esta componente de densidade poderia ser, por exemplo, o termo cosmológico $\Lambda = 3\Omega' H_0^2$, onde $\Omega' = 1 - \Omega_0 \cong 0,8 \pm 0,1$ (para escalas menores ou iguais a 10-30 Mpc), que corresponde à densidade de energia uniforme $\rho = \Lambda/8\pi G$ através de todo espaço (Turner & outros, 1984 e Peebles, 1984, "apud" Kolb & Turner, 1990).

Outra possibilidade seriam as partículas relativísticas, de origem recente, produzidas pelo decaimento de neutrinos massivos (Turner & outros, 1984, "apud" Kolb & Turner, 1990). Há também a hipótese de uma população de galáxias, ainda não descobertas ou identificadas, distribuídas suavemente, extremamente tênues, que não podem ser vistas ou mesmo nunca foram luminosas (Kaiser, 1984). Esta possibilidade é conhecida como formação de galáxias com viés, e é uma idéia que conta com algumas propriedades estatísticas fundamentais do próprio campo de densidade (Cap.5, Sec.5.4). Se esta hipótese estiver correta, as medições dinâmicas em escalas

menores ainda continuarão fornecendo para Ω_0 valores menores do que 1, enquanto que as determinações globais deverão conduzir a 1.

Embora não existam evidências observacionais diretas para $\Omega_0=1$, os modelos inflacionários e a maior parte dos cenários para a formação de galáxias fornecem este valor. Com base nestes modelos algumas questões fundamentais da cosmologia padrão, como o problema do horizonte ou o problema do achatamento do universo (Kolb & Turner, 1990), podem ser respondidas. Ainda que o universo inflacionário seja atrativo e que exista uma forte preferência teórica de se obter $\Omega_0=1$, alguns problemas ainda permanecem não resolvidos. O reaquecimento pós-inflação e os modelos de universo anisotrópico e inhomogêneo (Börner, 1988), por exemplo, ainda são questões instigantes.

Por outro lado, se o levantamento das estruturas de grande escala ($> 5000 \text{ km.s}^{-1}$), exibidas no IRAS e em outros catálogos de galáxias, apontar para o valor $\Omega_0=1$, então a obtenção de $\Omega_0 \ll 1$ em escalas menores ($\leq 1000 \text{ km.s}^{-1}$) precisa ser explicada. Neste sentido, os métodos adotados para as determinações de massa devem ser analisados criteriosamente e, entre outras coisas, devemos reconsiderar a validade do modelo de fluxo Virgocêntrico e a validade do Teorema do Virial Cósmico e a sua dependência com a densidade, como um teste para a formação de galáxias com viés.

3.9- Sumário

Um sumário das determinações de Ω_0 é apresentado na Tab. 3.5:

Tabela 3.5- Valores de Ω_0

Método de determinação	Ω_0
Movimento do G.L. em direção à Virgem	0,1-0,2
Densidade de Luminosidade	0,01-0,04
Nucleossíntese Primordial	0,015-0,16 (barions)
Teorema do Virial Cósmico	0,1-0,3

Podemos resumir nosso conhecimento sobre os valores de Ω_0 obtidos por métodos dinâmicos, destacando os seguintes fatos:

- (i) a matéria luminosa contribui com uma pequena fração (menos que 1%) da densidade crítica,
- (ii) a matéria escura deve dominar a contribuição de matéria luminosa por, pelo menos, um fator de 10,
- (iii) a quantidade de matéria que se aglomera às galáxias, em escalas de 10 a 30 Mpc, contribuem com $0,2 \pm 0,1$ da densidade crítica,
- (iv) as medidas dinâmicas não inviabilizam a existência de uma componente menos aglomerada, que contribui com aproximadamente $0,8 \pm 0,1$ da densidade crítica,
- (v) o cálculo de Ω_b baseado na nucleossíntese primordial ($0,015 \leq \Omega_b \leq 0,16$) indica que uma parte da matéria escura deve ser bariônica. Se $\Omega_0 \leq 0,16$, toda matéria escura deverá ser bariônica, enquanto que se $\Omega_0 > 0,16$, a componente escura será provavelmente não bariônica.

4- DISPERSÃO DE VELOCIDADES DAS GALÁXIAS. O MÉTODO E A INFLUÊNCIA DO GRANDE ATRATOR

4.1- Introdução

Segundo a lei de expansão de Hubble, a velocidade de uma galáxia distante é, numa boa aproximação, proporcional à sua distância de nós. Com o avanço das técnicas observacionais, o aprimoramento na determinação das distâncias de inúmeras galáxias tem sido possível. A comparação entre estas distâncias e as medidas das velocidades radiais das galáxias (deslocamento para o vermelho), tem revelado a existência de desvios significativos da expansão de Hubble em escalas extremamente grandes (*Davis & Peebles, 1983b*). Segundo teorias atuais, a origem desses desvios poderia estar fundamentada na existência de enormes concentrações de massa localizadas em determinadas regiões do Universo (*Dressler & outros, 1987*). De fato, acredita-se que as galáxias e os aglomerados de galáxias tenham se originado de pequenas flutuações de densidade de matéria ocorridas nos tempos primordiais. Num universo em expansão estas flutuações de densidade devem crescer, dando origem a regiões superdensas, que eventualmente se separam da expansão, formando sistemas gravitacionais estáveis. Sob estas hipóteses, sistemas nas escalas de aglomerados ou superaglomerados, mesmo fazendo parte do fluxo em expansão, podem ser responsabilizados pelos desvios observados. Na seção 3.4 do capítulo anterior analisamos a perturbação dinâmica do campo local de velocidades devido especialmente ao aglomerado de Virgem. Na

seção 4.4 deste capítulo destacaremos a influência do Grande Atrator neste cenário.

Para uma dada galáxia, o desvio acima mencionado corresponde à diferença entre a velocidade real da galáxia e a velocidade de Hubble, e é definido como a *velocidade peculiar*. Em termos práticos, esta velocidade corresponde à velocidade de uma galáxia depois que a componente devido à expansão é subtraída, e pode ser escrita, na linha de visada, como

$$v_{pec} = (zc - H_0 R) \quad , \quad (4.1.1)$$

onde z é a medida do deslocamento para o vermelho, c é a velocidade da luz, H_0 é a constante de Hubble e R é a distância da galáxia. Para um conjunto de galáxias, a média das velocidades peculiares (valor quadrático médio) é usualmente denominada *dispersão de velocidades* das galáxias e sua relação com as irregularidades na densidade de massa pode ser extremamente útil na estimativa de Ω_0 , o parâmetro de densidade cosmológica (seção 4.10).

Quando se usa o campo de velocidades peculiares, as galáxias são simplesmente usadas como partículas-teste para se medir o gradiente local do campo gravitacional. Não é fácil, entretanto, determinar a velocidade peculiar de uma galáxia. Para isto é necessário medir-se, independentemente, a velocidade da galáxia usando o seu deslocamento para o vermelho, e a distância da galáxia, usando por exemplo, as relações de Tully-Fisher ou Faber-Jackson. Naturalmente, as dificuldades associadas com este método são evidentes. Em primeiro lugar há a necessidade de se

escolher um indicador de distâncias confiável. Além disso, os erros relativos na determinação de v_{pec} aumentam com a distância pois, com isto, a diferença $(z_c - H_0 R)$ decresce enquanto que os erros relativos na determinação das distâncias permanecem, o quanto muito, constantes. O fato de somente sermos capazes de determinar a componente da velocidade na linha de visada, constitui mais uma dificuldade na aplicação deste método. A elaboração de um modelo tri-dimensional se faz, muitas vezes, necessário, onde as hipóteses de homogeneidade e isotropia são usualmente adotadas.

4.2- As Medidas das Velocidades Peculiares e os Indicadores de Distâncias

Como a velocidade peculiar é definida como um desvio do fluxo de Hubble, a determinação das distâncias, a partir das quais calculamos as velocidades de Hubble, desempenha um importante papel na estimativa das velocidades peculiares.

Não podemos aplicar a aproximação de que a distância é dada pelas velocidades radiais observadas pois com isto estaríamos obviamente admitindo que a velocidade peculiar é nula. Para resolver esta questão devemos procurar relacionar quantidades associadas com as propriedades intrínsecas dos objetos, que dependem da distância, com quantidades que independem da distância.

As técnicas usadas para se obter distâncias são muitas, mas a maioria dos trabalhos recentes tem dado destaque a duas: a relação

de Tully-Fisher (Tully & Fisher, 1977) para as galáxias espirais e a relação $D_n - \sigma$ (Dressler & outros, 1987) para as elípticas.

Tully & Fisher (1977) mostraram que a luminosidade total e a velocidade de rotação máxima das galáxias espirais apresentam uma forte correlação: galáxias espirais intrinsecamente mais brilhantes giram mais rápido do que as intrinsecamente menos brilhantes. Com todos os objetos a uma mesma distância de nós, o brilho aparente relativo destes objetos indica a verdadeira luminosidade relativa. Desta maneira a velocidade de rotação, que independe da distância da galáxia, é usada para estimar o brilho aparente, que é uma quantidade dependente da distância.

Na verdade, a relação de Tully-Fisher é uma constatação da mecânica Newtoniana. A velocidade de rotação de uma galáxia espiral é uma medida das velocidades orbitais médias das estrelas e do gás no disco galáctico. Admitindo que todas as galáxias espirais tenham densidades de massa similares, a velocidade orbital deve depender apenas da massa da galáxia. Se, além disso, supusermos que estas galáxias produzem a mesma quantidade de luz para uma dada quantidade de massa, então a velocidade de rotação pode servir como um parâmetro indicativo do brilho intrínscico de uma galáxia.

A velocidade de rotação, assim como a velocidade de recessão, pode ser deduzida a partir da análise do espectro da galáxia. Observa-se um alargamento das linhas espectrais devido à diferença no deslocamento Doppler da luz, ou das ondas rádio, provenientes de lados opostos de uma galáxia em rotação. O grau de alargamento indica a velocidade de rotação.

Com a descoberta de que a relação de Tully-Fisher apresenta

um espalhamento intrínscico menor quando se usa luminosidades medidas na banda H (perto do infravermelho, centrada no comprimento de onda de 1,6 microns; *Aaronson & outros, 1979*), seu uso na determinação das distâncias passou a ser amplamente empregado. Há hoje um consenso de que a forma mais precisa desta relação é aquela usado por *Aaronson & outros (1982)*, na qual a luminosidade definida em $\lambda=1,6 \mu$ está relacionada com ΔV , a largura do perfil global da linha de HI, medida em 21 cm. *Faber & Burstein (1988)* mostraram que as incertezas nas medidas das luminosidades podem ser bem pequenas (cerca de 35%) se a seleção da amostra utilizada puder contar com aquelas galáxias cujas inclinações do eixo polar em relação à linha de visada são bem determinadas e que, além disso, apresentam boa fotometria nas bandas H e B.

A relação D_n - σ de *Dressler & outros (1987)* para as galáxias elípticas foi descoberta na mesma época por *Djorgovski & Davis (1986;1987)* e foi sugerida originalmente por *de Vaucouleurs & Olson (1982)*. Este método correlaciona D_n , o diâmetro da abertura circular dentro da qual o brilho superficial médio total é Σ , e σ , a dispersão de velocidades centrais, isto é, a amplitude dos movimentos aleatórios das estrelas dentro das galáxias elípticas. A relação original que deu lugar à relação D_n - σ , é a relação de Faber - Jackson (*Faber & Jackson, 1976*), uma relação exatamente análoga à relação de Tully-Fisher, porém para galáxias elípticas, onde aparece a luminosidade total no lugar do diâmetro D_n . Esta relação passou a ser preterida pela correlação D_n - σ , pelo fato desta última apresentar menor espalhamento [Fig. (IV.1)].

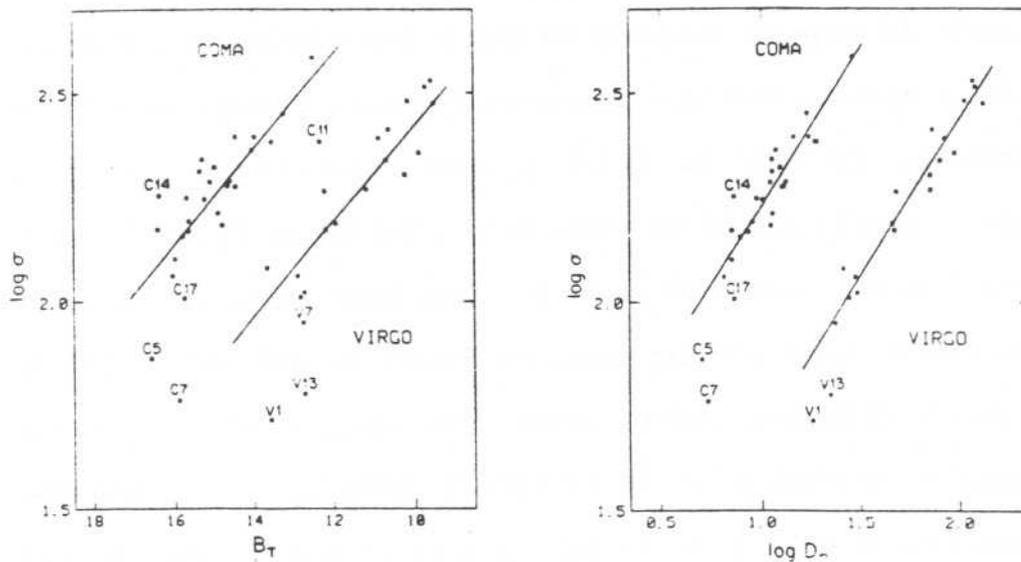


Fig. IV.1- (a) Relação de Faber-Jackson para galáxias elípticas nos aglomerados de Virgem e Coma. (b) Relação D- σ para os mesmos aglomerados.

Para os dados dos aglomerados de Virgem e Coma, a figura (a) representa o melhor ajuste para a relação de *Faber-Jackson*. Este ajuste corresponde às linhas $\log \sigma = -0,114 B_T + C$, onde $C = 3,561$ para Virgem e $C = 3,960$ para Coma. O espalhamento quadrático médio por galáxia para B_T é $0,57$ e $0,69$ mag para Virgem e Coma respectivamente. A figura (b) mostra a considerável melhora que é obtida quando se faz o gráfico de $\log \sigma$ versus $\log D_n$ para os mesmos aglomerados. As linhas $\log \sigma = 0,750 \log D_n + C$, onde $C = 0,934$ para Virgem e $C = 1,475$ para Coma, são os melhores ajustes. O espalhamento quadrático médio de $\log D_n$ é $0,059$ para Virgem e $0,072$ para Coma, um espalhamento 2 vezes menor do que o

encontrado na relação de *Faber-Jackson*. Estes dados, assim como as figuras, foram extraídos de *Dressler & outros (1987)*.

Como no caso da relação de *Tully-Fisher*, o alargamento das linhas espectrais das galáxias elípticas é utilizado para deduzir o parâmetro independente da distância. O alargamento agora não resulta do movimento de rotação das galáxias elípticas, pois estas não giram. Ao invés disso, as variações das velocidades das estrelas da galáxia na linha de visada, que se movem aleatoriamente em todas as direções, são responsáveis pelo alargamento das linhas. Medir esta dispersão de velocidades é, em geral, mais fácil do que medir a velocidade de rotação das galáxias espirais. O observador não precisa, neste caso, se preocupar em fazer as correções devido ao ângulo sob o qual a galáxia é vista, ou com a poeira que preenche os braços das espirais.

A correlação $D_n-\sigma$ é um indicador de distâncias melhor que a correlação original $L-\sigma$ porque acrescenta um segundo parâmetro, o brilho superficial, na relação original. Como D_n incorpora tanto a luminosidade como o brilho superficial, a inclusão de D_n substitui efetivamente dois parâmetros. A identificação de um segundo parâmetro na relação original sugere que as galáxias elípticas descrevem uma superfície plana em um espaço paramétrico tri-dimensional [Fig. (IV.2)]. De fato, as propriedades globais das galáxias, tais como as acima citadas, formam uma família bi-dimensional que caracteriza o chamado "plano-fundamental" (de *Carvalho & Djorgovski, 1989*). Sob esta hipótese, as equações do plano podem ser usadas como um bom indicador de distâncias: quantidades que dependem da distância, como a luminosidade, podem

ser expressas em termos de uma combinação de quantidades independentes da distância, como o brilho superficial e a dispersão de velocidades centrais.

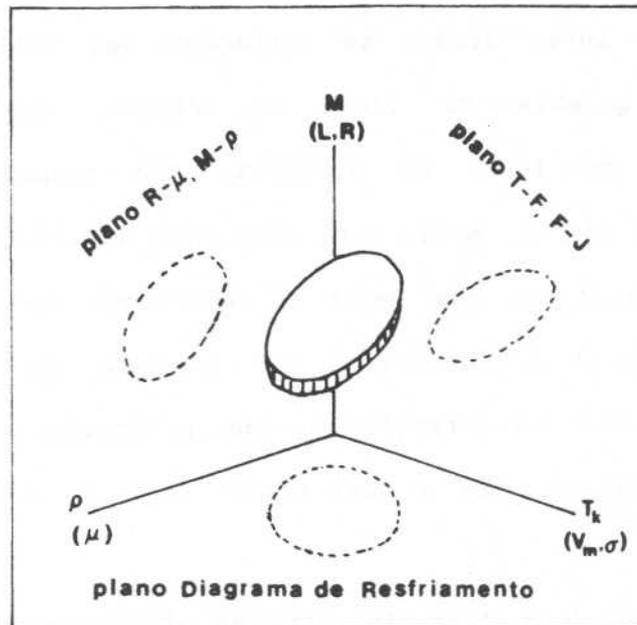


Fig. IV.2- Representação esquemática do espaço paramétrico da galáxia. Segundo Djorgosvki (1991).

4.3- Dispersão de Velocidades entre Galáxias

Neste capítulo apresentamos uma nova estimativa para o parâmetro de densidade baseada na dispersão de velocidades entre as galáxias. Este problema já foi considerado por outros autores, entre os quais *Davis & Peebles (1983a)* e *Rivolo & Yahil (1981)*.

A relação estatística entre a função de correlação posicional

das galáxias e suas dispersões de velocidades é conhecida como o "teorema do virial cósmico", uma determinação estatística do equilíbrio hidrostático local, no qual supõe-se que a aceleração peculiar média das galáxias é balanceada por um gradiente de pressão (Sec.3.7). A partir deste teorema e usando o catálogo de velocidades radiais elaborado pelo "Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics" (CfA), *Davis & Peebles (1983a)* fizeram uma estimativa para a dispersão de velocidades considerando a distribuição de massa média entre pares de galáxias, através da função de correlação de dois pontos $\xi(r_p, \pi)$. Esta função de correlação de dois pontos no mapa de velocidades radiais é uma função de duas variáveis, as separações de um par de galáxias perpendicular (r_p) e paralela (π) à linha de visada. Esta função de correlação é uma convolução da função de correlação espacial $\xi(r)$ com a distribuição de velocidades peculiares na linha de visada, $f(v)$. *Davis & Peebles (1983a)* mostraram que $f(v)$ pode ser representada por uma função exponencial e, através desta função, calcularam uma dispersão de

$$\sigma_v = 194 \text{ km. s}^{-1} \quad \text{para} \quad hr_p \leq 100 \text{ kpc} \quad , \quad (4.3.1)$$

e

$$\sigma_v = 265 \text{ km. s}^{-1} \quad \text{para} \quad 100 \leq hr_p \leq 200 \text{ kpc} \quad , \quad (4.3.2)$$

revelando um ligeiro aumento de σ_v com a separação projetada r_p .

Rivolo & Yahil (1981), por sua vez, estudaram as diferenças de velocidades dos pares de galáxias contidos no Catálogo "Revised Shapley-Ames Catalog", admitindo uma distribuição gaussiana para a função $f(v)$. Para a dispersão de velocidades tri-dimensional eles

obtiveram

$$\sigma_v = 120 \text{ km. s}^{-1} \quad (4.3.3)$$

Até aqui, a suposição de que as galáxias traçam a distribuição de massa tem sido uma hipótese essencial para se calcular a função de correlação. Sob esta hipótese a densidade de massa e a densidade de número (ou luminosidade) são proporcionais e por esta razão são consideradas indistintamente. Se, por outro lado, não se supõe que as galáxias traçam massa, então é necessário alguma providência para converter a densidade de massa em densidade de número. No modelo linear, a perturbação na densidade de número, $\delta N/N$, é dada pelo produto da perturbação de massa, $\delta M/M$, pela constante b (Dekel & Rees, 1987). Desta forma o problema fica facilmente resolvido. A equação que relaciona a dispersão de velocidades, a função de correlação e o parâmetro de densidade (Peebles, 1980), utilizada quando se supõe que as distribuições de massa e luz são iguais, ainda é válida. Basta que se introduza nesta equação, de maneira apropriada, a constante b (Yahil, 1990).

A comparação entre os campos de densidade e velocidade pode servir como um teste para a questão sobre a correspondência entre a densidade de massa e a densidade de número das galáxias. Yahil (1990) comparou o campo de densidade, traçado pelo catálogo de galáxias detectado pelo Satélite Astronômico de Infravermelho ("Infrared Astronomical Satellite" - IRAS), com o mapa de velocidades peculiares gerado pelo método "POTENT", introduzido por Bertschinger & Dekel (1989). Nas regiões em que ambos os

conjuntos de dados são confiáveis, os campos são proporcionais, como se esperava pela teoria da instabilidade gravitacional, situando-se a constante de proporcionalidade $\lambda = f(\Omega)/b = \Omega^{0,6}/b$, no intervalo entre 0,75 e 1,15. Deste resultado Ω pode ser calculado para as galáxias do IRAS, considerando $b=1$ (galáxias traçadoras de matéria). Este resultado também pode ser interpretado como uma medida de b para um dado valor de Ω .

4.4- O Grande Atrator

Em 1987, Dressler & outros apresentaram os resultados de um estudo espectroscópico e fotométrico de galáxias elípticas. Neste trabalho eles sugeriram que todas as galáxias dentro de uma esfera de raio aproximadamente igual a 6000 km.s^{-1} compartilham de um movimento global em relação à radiação cósmica de fundo, de cerca de 600 km.s^{-1} . Lynden-Bell & outros (1988), propuseram um modelo simples no qual atribuem este enorme desvio a uma extensa distribuição de massa (cerca de $5,4 \times 10^{16} M_{\odot}$) centrada a aproximadamente $45 h^{-1} \text{ Mpc}$, na direção $l=307^{\circ}$ e $b=9^{\circ}$. Esta região esférica que, segundo Dressler (1987), inclui o superaglomerado de Hydra-Centaurus, foi apelidada por ele como o "Grande Atrator". Este termo tem sido usado, entretanto, para descrever modelos diferentes. Lynden-Bell, Lahav & Burstein (1989) observaram que o termo "Grande Atrator" tem sido empregado em pelo menos duas situações distintas: para os modelos esfericamente simétricos de Lynden-Bell & outros (1988) e Faber & Burstein (1988) que colocam o centro de atração a uma distância de $4000\text{-}4500 \text{ km.s}^{-1}$ e atribuem

a maior parte do movimento do Grupo Local a ele; e para o modelo de Dressler (1989), que usa este termo para descrever uma região de cerca de 1 esferorradiano no céu, na qual estão incluídas as concentrações de Centaurus, Antlia e Pavo-Indus (Dressler & Faber, 1990).

Em um estudo sobre os movimentos das galáxias nas vizinhanças do Grupo Local, Faber & Burstein (1988) apresentaram um modelo aperfeiçoado para o campo de velocidades. Levando em conta recentes observações que indicam que o Grande Atrator não é esfericamente simétrico em sua região interna, estes autores propuseram um modelo no qual o referido fluxo apresenta um núcleo central distribuído por uma distância de cerca de 1500 km.s^{-1} a partir de seu centro. Este núcleo estaria localizado a uma distância de 4200 km.s^{-1} do Grupo Local, numa direção definida pelas coordenadas galáticas $l=309^\circ$, $b=18^\circ$.

A partir daí muitos estudos têm sido desenvolvidos com o objetivo de confirmar se o Grande Atrator de fato existe. A resposta para esta questão parece ser, a princípio, afirmativa. A existência de uma enorme concentração de galáxias na região do Grande Atrator tem sido revelada por diversos autores. Os estudos espectroscópicos da amostra de galáxias do IRAS, realizados por Strauss & Davis (1988), e o levantamento de um catálogo de velocidades radiais de 1300 galáxias, desenvolvido por Dressler (1989), evidenciam o excesso de densidade de galáxias existente nesta região, em relação à densidade média do Universo local.

Movimentos peculiares de grande amplitude foram detectados na região do Grande Atrator por Aaronson & outros (1989) para espirais, e por Lucey & Carter (1988) para elípticas. Estas

observações fortalecem o modelo do Grande Atrator mas também revelam movimentos anômalos que indicam que o modelo dever ser aprimorado.

Em 1990 *Dressler & Faber* obtiveram novas medidas de velocidades peculiares para 134 galáxias elípticas e 117 galáxias espirais na região do Grande Atrator, dentro e fora de aglomerados. Seus dados confirmam os resultados de estudos anteriores e, pela primeira vez, revelam a existência do fluxo proveniente da parte posterior do Grande Atrator. Este resultado é importante pois pode levar a uma determinação mais precisa do centro do Grande Atrator. Uma variação no sinal das velocidades peculiares deve ocorrer quando o centro de massa é atravessado. Os novos dados de *Dressler & Faber (1990)* mostram este efeito [Fig. (IV.3)].

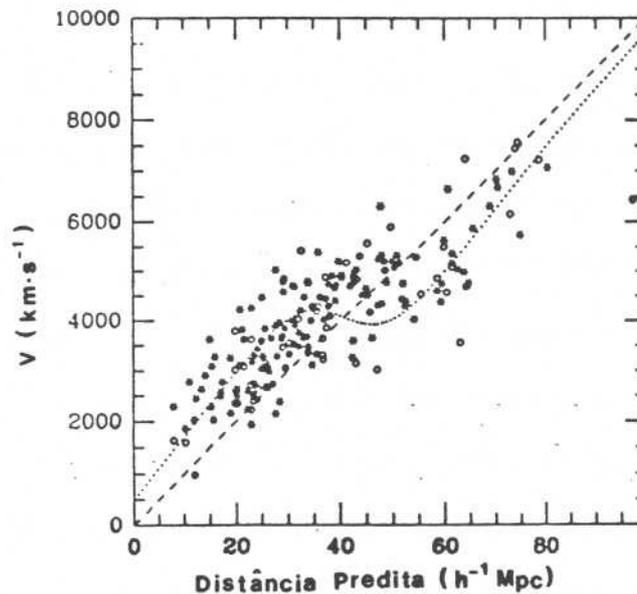


Fig.IV.3- Diagrama de Hubble - Distância predita versus velocidade observada para galáxias elípticas e espirais. (Dressler e Faber ,1990).

Comparando com a linha reta que representa a expansão uniforme de Hubble, as galáxias próximas dos 4000 km.s^{-1} têm

velocidades peculiares positivas e se movem muito rápido para suas distâncias. Mais além, os movimentos peculiares caem rapidamente e, a uma distância de aproximadamente 5000 km.s^{-1} , eles se anulam para então tornarem-se negativos. Este mesmo modelo foi obtido por *Mathewson & colaboradores* (em uma comunicação oral), através de um conjunto de dados para galáxias espirais.

Em contrapartida, *Mathewson, Ford & Buchhorn (1992)*, apresentaram os primeiros resultados de suas medidas de velocidades peculiares de uma extensa amostra de galáxias espirais e concluíram exatamente o contrário que *Dressler & Faber (1990)*. Para *Mathewson & outros*, não há evidência de um fluxo em direção ao Grande Atrator, proveniente da parte posterior desta concentração de massa. Baseados numa amostra de 1355 galáxias espirais, 657 das quais na região do Grande Atrator, e usando a relação de Tully-Fisher, estes autores mostraram que existe, na verdade, evidências de um fluxo global de galáxias de cerca de 600 km.s^{-1} , em escalas maiores que $60 h^{-1} \text{ Mpc}$. Este movimento, somado ao fluxo de 450 km.s^{-1} existente na parte oposta do céu (*Willick, 1990*, "apud" *Mathewson & outros, 1992*), sugere a existência de um fluxo global, de origem desconhecida, no plano supergalático, em escalas muito maiores que $130 h^{-1} \text{ Mpc}$.

A influência do Grande Atrator sobre a determinação de Ω tem sido abordada por alguns autores. *Staveley-Smith & Davies (1989)*, utilizando uma amostra de galáxias espirais, elaboraram uma descrição básica do campo de velocidades peculiares extragalático. Para o Superaglomerado Local, um excesso de densidade de $\langle \delta \rangle(r_0) = 2,0$ e uma velocidade Virgocêntrica de $150 \pm 60 \text{ km.s}^{-1}$ resultaram no valor de $\Omega_0 = 0,08^{+0,06}_{-0,04}$ para o parâmetro de

densidade. Considerando o aglomerado de Virgem somado a uma massa de $10^{15} h^{-1} M_{\odot}$, o limite inferior de Ω_0 , ainda calculado por estes autores, foi outra vez confirmado. Para a região de Centaurus os resultados mostraram-se novamente similares. *Staveley-Smith & Davies* concluíram então, que nenhuma alteração significativa é observada em Ω_0 quando se levam em conta campos de velocidades de grande escala.

Por outro lado, *Heavens (1991)* investigou as propriedades dos atratores, admitindo a sua existência em qualquer campo que possa ser descrito por um ruído gaussiano. O problema foi colocado como similar ao problema de se procurar as propriedades dos picos no campo de densidade (*Bardeen & outros, 1986*). Supondo que as galáxias traçam o campo de velocidades, os atratores são considerados, a princípio, como mínimos do campo de potencial, e as propriedades deste campo podem ser interpretadas sem dificuldades. Aplicando os resultados destas propriedades ao campo de velocidades peculiares, *Heavens (1991)* mostrou que a presença do Grande Atrator implica em grandes valores para Ω : para modelos com matéria escura fria o parâmetro de densidade varia entre 0,7 e 1,5, dependendo da escala do filtro escolhida. O método indica que a densidade média do Universo é maior do que os limites superiores da densidade bariônica, obtida a partir da nucleossíntese primordial. Com este resultado, *Heavens* considerou-se compelido a aceitar a hipótese da existência de matéria escura não bariônica e em quantidade suficiente para se obter $\Omega = 1$.

Por sua vez, *Weigelt & Kates (1991)* desenvolveram um estudo detalhado sobre o campo de velocidades de galáxias elípticas em grandes escalas. Usando grupos ou aglomerados de galáxias e a

relação $\log D_n - \log \sigma$ como indicador de distâncias, eles consideraram cinco modelos distintos para descrever os movimentos de grande escala: (i) o modelo com fluxo global uniforme; (ii) o modelo com um atrator cuja direção é definida pelo fluxo global dado por (i); (iii) o modelo com atrator e fluxo global; (iv) o modelo com atrator cuja direção é determinada diretamente dos dados, sem fluxo global e, (v) o modelo com atrator como no caso (iv), incluindo porém o fluxo global adicional. A partir destes modelos, *Weigelt e Kates* obtiveram diferentes estimativas para a dispersão residual do campo de velocidades. Valores entre 640 e 890 km.s^{-1} foram encontrados, evidenciando um decréscimo no módulo da dispersão de velocidades à medida que a modelagem do campo de velocidades se torna mais precisa. Como consequência, os valores esperados para Ω_0 também devem ser afetados pela modelagem considerada.

No parágrafo 4.7 apresentamos nossa escolha para a modelagem do campo de velocidades de grande escala e as consequências da inclusão do Grande Atrator no cálculo da dispersão de velocidades são analisadas.

4.5- O Método

Em nosso cálculo determinamos a dispersão de velocidades das galáxias usando uma amostra de galáxias elípticas. Como estes objetos apresentam uma forte correlação entre a luminosidade e o raio efetivo (*Pacheco, 1985*), um primeiro indicador de distâncias, relacionando estes parâmetros, foi inicialmente sugerido (*Pacheco*

& Bruno, 1988). Com o objetivo de aprimorar nossos cálculos e introduzir uma relação entre três parâmetros, a dispersão de velocidades centrais das galáxias, além da luminosidade e do raio efetivo, foram consideradas. Desta forma, em termos da magnitude absoluta, adotamos como indicador de distâncias a relação

$$M = \alpha + \beta \log R_e + \gamma \log \sigma , \quad (4.5.1)$$

onde α , β e γ são coeficientes a serem determinados e R_e e σ são o raio efetivo linear (em pc) e a dispersão de velocidades centrais (em $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$), respectivamente.

Através da eq. (4.5.1) a magnitude absoluta de uma galáxia pode ser estimada, independentemente, a partir de quantidades observáveis. Na verdade, as quantidades observáveis são σ e θ_e , o raio efetivo angular, mas este está relacionado com o raio linear através da equação

$$R_e = \theta_e \frac{V_H}{H_0} , \quad (4.5.2)$$

na qual H_0 é o parâmetro de Hubble e V_H é a velocidade da galáxia associada ao fluxo de Hubble.

A fim de se estimar os coeficientes α , β e γ adotamos o seguinte procedimento: definimos a variável

$$y = m - m_p , \quad (4.5.3)$$

onde m é a magnitude aparente observada e m_p é a magnitude aparente predita obtida pela equação

$$m_p = M + 5 \log D + 25 \quad , \quad (4.5.4)$$

com $D = V_H / H_0$.

Combinando as equações (4.5.4) e (4.5.3) encontramos

$$y = m - M - 5 \log \frac{V_H}{H_0} - 25 \quad , \quad (4.5.5)$$

ou ainda, introduzindo $\Delta M = m - M$,

$$y = \Delta M - 5 \log \frac{V_H}{H_0} - 25 \quad . \quad (4.5.6)$$

Para uma dada amostra de galáxias devemos esperar que $\langle y \rangle = 0$. Por outro lado, a variância de y é diferente de zero e pode ser facilmente encontrada. Para a eq.(4.5.6) temos

$$\sigma_y^2 = \sigma_{\Delta}^2 + \left[\frac{5 \log e}{V_H} \right]^2 \sigma_v^2 \quad . \quad (4.5.7)$$

Nesta equação, o espalhamento intrínscico existente na calibração da magnitude M e os erros devidos essencialmente às medidas da magnitude aparente, contribuem para σ_{Δ} . Por sua vez, os erros nas medidas das velocidades e a existência de movimentos aleatórios que se somam ao fluxo de Hubble contribuem para σ_v .

Admitindo que a probabilidade de se encontrar a variável y para um dado elemento i de nossa amostra, com um erro padrão σ_y , seja dada por uma distribuição Gaussiana, podemos escrever

$$P_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{y_1}} \exp \left[-\frac{y_1^2}{2\sigma_{y_1}^2} \right] , \quad (4.5.8)$$

onde os valores de σ_{y_1} são dados pela eq. (4.5.7). P_i é claramente uma função da variável y_1 e do parâmetro σ_{y_1} que queremos encontrar. A função de verossimelhança correspondente a uma série de valores y_1 para N elementos de nossa amostra dá a probabilidade de se obter este conjunto de valores e é dada por

$$L = \ln \prod_1^N P_i , \quad (4.5.9)$$

Adotando o procedimento de Noonan (1977), definimos

$$x_1 = \frac{1}{V_{H1}^2} \quad e \quad A = \left[\frac{5 \log e}{\sigma_{\Delta}} \right]^2 \sigma_v^2 , \quad (4.5.10)$$

e reescrevemos a eq. (4.5.7) na seguinte forma

$$\sigma_{y_1}^2 = \sigma_{\Delta}^2 (1 + Ax_1) . \quad (4.5.11)$$

Assim, a determinação de σ_{y_1} se dá a partir de σ_{Δ} e A , que podem ser calculadas pelo princípio da máxima verossimelhança. De acordo com este princípio, se nos depararmos com a possibilidade de se escolher σ_{y_1} , esta escolha deve ser tal que maximize L , isto é, devemos encontrar os valores de σ_{Δ} e A que conduzam à máxima probabilidade de se encontrar o conjunto de valores y_1 .

Portanto, através das relações

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_{\Delta}} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial L}{\partial A} = 0 ,$$

e usando a aproximação $Ax_1 \ll 1$, a qual nos permite expandir as potências de σ_{y1} em potências de Ax_1 , encontramos

$$\sigma_{\Delta}^2 = \langle y^2 \rangle - A \langle xy^2 \rangle \quad (4.5.12)$$

e

$$A = \frac{\langle y^2 x \rangle - \langle y^2 \rangle \langle x \rangle}{2 \langle x^2 y^2 \rangle - \langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle - \langle xy^2 \rangle \langle x \rangle} \quad (4.5.13)$$

Estas equações foram obtidas considerando-se os termos até a primeira ordem em A e as quantidades dentro dos parênteses $\langle \rangle$ denotam os valores médios das variáveis da amostra.

Calculados σ_{Δ} e A , σ_y é imediatamente obtida através da eq.(4.5.10). Para isto é necessário primeiramente calcularmos os valores médios que envolvem x e y . A quantidade y , dada pela eq.(4.5.6), depende da calibração de M [eq.(4.5.1)]. A combinação destas equações resulta em

$$y = m - \alpha - \beta \log R_e - \gamma \log \sigma - 5 \log \frac{V_H}{H_o} - 25 \quad (4.5.14)$$

Seguindo a técnica sugerida por Pacheco (1985), os parâmetros α , β e γ são determinados minimizando-se os resíduos da eq.(4.5.14) em relação a estes parâmetros. Em outras palavras, introduzindo a função

$$S(\alpha, \beta, \gamma) = \sum_1^N (y_1^2) , \quad (4.5.15)$$

e fazendo

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0 , \quad \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0 , \quad \frac{\partial S}{\partial \gamma} = 0 ,$$

obtemos

$$\alpha = \langle m \rangle - \beta \langle Y \rangle - \gamma \langle Z \rangle - 5 \langle X \rangle - 25 , \quad (4.5.16)$$

$$\beta = \frac{\langle mY \rangle - \langle m \rangle \langle Y \rangle + \gamma [\langle Z \rangle \langle Y \rangle - \langle ZY \rangle] + 5 [\langle X \rangle \langle Y \rangle - \langle XY \rangle]}{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2} , \quad (4.5.17)$$

$$\gamma = \frac{\langle m \rangle [\langle Y \rangle^2 \langle Z \rangle - \langle Y \rangle \langle ZY \rangle + \langle Z \rangle] + \langle mY \rangle [\langle ZY \rangle - \langle Y \rangle \langle Z \rangle] - \langle mZ \rangle + 5C}{\langle Z \rangle^2 - \langle Z^2 \rangle + [\langle Z \rangle \langle Y \rangle - \langle ZY \rangle]^2} , \quad (4.5.18)$$

onde

$$C = \langle XY \rangle [\langle Y \rangle \langle Z \rangle - \langle ZY \rangle] + \langle X \rangle [\langle Y \rangle \langle ZY \rangle - \langle Y \rangle^2 \langle Z \rangle - \langle Z \rangle] + \langle XZ \rangle$$

e

$$Y = \log \frac{\theta e^V}{H_0} , \quad X = \log \frac{V}{H_0} , \quad Z = \log \sigma . \quad (4.5.19)$$

Em resumo, as eqs. (4.5.16)-(4.5.19) permitem calcular α , β e γ . Com estes parâmetros, y pode ser encontrado [eq. (4.5.14)] e A , σ_Δ e σ_V são obtidos usando-se as eqs. (4.5.13), (4.5.12) e (4.5.10), respectivamente.

A estimativa da distância é obtida a partir da velocidade de recessão observada, depois de feitas algumas correções.

Primeiramente todas as velocidades foram corrigidas para o centróide do Grupo Local. Então dois casos foram considerados: caso I, que também inclui as correções devido ao modelo Virgocêntrico; caso II, que considera a correção adicional devido ao modelo do Grande Atrator.

4.6- Dados

Os dados necessários para os nossos cálculos são, para cada galáxia, a magnitude aparente, a velocidade radial, o raio efetivo angular e a dispersão de velocidades centrais. Para a magnitude aparente consideramos a magnitude total no azul, corrigida devido aos efeitos da extinção galáctica, correção-K e deslocamento para o vermelho (*Burstein & outros, 1987*).

As velocidades disponíveis são as velocidades radiais heliocêntricas. Estas são as velocidades medidas para qualquer galáxia, na linha de visada, já removidos os efeitos da rotação da Terra e da translação da Terra ao redor do Sol. Para se levar em conta o movimento do Sol em relação ao centróide de velocidades do Grupo Local, estas velocidades devem ser novamente modificadas. Para se efetuar esta correção devemos dispor das longitudes e latitudes galáticas. Estas coordenadas podem ser calculadas a partir da ascensão reta e declinação de cada galáxia (*Lang, 1980*). Adotando a relação sugerida por *de Vaucouleurs & outros (1976)*, o termo a ser acrescentado à velocidade heliocêntrica é

$$\Delta V_1 = 300 \frac{\text{sen} l}{g} \frac{\text{cos} b}{g} \quad (4.6.1)$$

onde l_g e b_g são as coordenadas galáticas dadas em radianos.

Mas a influência do aglomerado de Virgem sobre o Grupo Local também deve ser considerada. Segundo *Faber & Burstein (1988)*, os modelos sobre o fluxo Virgocêntrico são significativamente modificados ao se incluir o fluxo do Grande Atrator e a velocidade do Grupo Local na direção de Virgem torna-se um pouco menor ($85-133 \text{ km.s}^{-1}$) do que os valores convencionais (cerca de 200 km.s^{-1}). Adotando para esta velocidade o valor de 120 km.s^{-1} , a segunda correção é

$$\Delta V_2 = 120 \cos\xi \quad , \quad (4.6.2)$$

onde

$$\cos\xi = (\cos b_g \cos l_g \cos b_v \cos l_v) + (\cos b_g \sin l_g \cos b_v \sin l_v) + (\sin b_g \sin b_v) ,$$

com l_v e b_v correspondentes às coordenadas galáticas de Virgem ($4,96$ e $1,29 \text{ rad}$, respectivamente).

Embora tenhamos adotado o valor de 120 km.s^{-1} para a velocidade Virgocêntrica, convém ressaltar que o efeito do campo de grande escala sobre esta velocidade não é completamente unânime. *Staveley-Smith & Davies (1989)* concordam com *Faber & Burstein (1988)* que a velocidade Virgocêntrica deve ser, de fato, menor que convencionalmente se supõe. Para estes autores esta velocidade deve ser de $150 \pm 60 \text{ km.s}^{-1}$, porém eles não atribuem esta redução à inclusão do Grande Atrator no modelo: resultados similares são obtidos para modelos com ou sem o Grande Atrator. Na verdade, a inclusão do campo de velocidades de grande escala aumenta ligeiramente a velocidade do Grupo Local na direção de

Virgem. O que o campo de velocidades de grande escala realmente altera é o valor da velocidade peculiar relativa total do Grupo Local e de Virgem.

Uma terceira correção ainda é efetuada sobre as velocidades radiais. Trata-se agora da influência do Grande Atrator sobre o Grupo Local. Considerando a velocidade do Grupo Local na direção do Grande Atrator como sendo 535 km.s^{-1} (Faber & Burstein, 1988), o termo adicional é, desta vez,

$$\Delta V_3 = 535 \cos\delta \quad . \quad (4.6.3)$$

A expressão para $\cos\delta$ é análoga à fornecida para $\cos\xi$. Deve-se apenas substituir as coordenadas de Virgem pelas correspondentes coordenadas do Grande Atrator. Os valores adotados para estas coordenadas foram os sugeridos por Faber & Burstein (1988), a saber, $l_{GA} = 309^\circ = 5,39 \text{ rad}$ e $b_{GA} = 18^\circ = 0,31 \text{ rad}$.

O último dado necessário para nossos cálculos, a dispersão de velocidades centrais, não precisa sofrer qualquer modificação. Os valores das dispersões de velocidades estelares das galáxias, que precisam ser corrigidas devido à variação no tamanho da abertura do campo de observação, quando se analisam galáxias próximas e galáxias distantes, são usualmente fornecidas com esta correção (Dressler, 1984).

4.7- A Influência dos Movimentos Sistemáticos

Feitas todas as modificações nos dados da amostra, partimos

para o cálculo de σ_v . No caso I, este cálculo é imediato: a velocidade observada de cada galáxia, corrigida devido ao movimento do Sol em relação ao centróide do Grupo Local e do movimento deste em direção ao Aglomerado de Virgem, é dada por :

$$V_{\text{obs}} = V_H - V'_p ,$$

onde V_H é a velocidade de expansão e V'_p é a velocidade peculiar aleatória, cujo valor médio é zero.

No caso II, a velocidade de cada galáxia é composta pela componente de expansão e pela componente peculiar que inclui agora o efeito do Grande Atrator. Neste caso a média das velocidades peculiares não é nula e escrevemos

$$V_{\text{obs}} = V_H - V_p .$$

Para calcularmos a componente V_p adotamos um modelo no qual o fluxo é considerado esfericamente simétrico, com

$$V(r) = V_{\text{GL}} \frac{D}{r} . \quad (4.7.1)$$

Nesta equação, $V(r)$ é a velocidade espacial peculiar da galáxia dirigida radialmente para o centro de atração definido pelo Grande Atrator, r e D são, respectivamente, as distâncias da galáxia e do Grupo Local ao centro de atração e V_{GL} é a velocidade do fluxo no raio do Grupo Local [Fig. (IV.4)]. Ainda segundo *Faber & Burstein (1988)*, $D = 56 \text{ Mpc} = 4200 \text{ km.s}^{-1}$ e $V_{\text{GL}} = 535 \text{ km.s}^{-1}$.

Diretamente da Fig. (IV.4), observamos que a velocidade

peculiar na linha de visada, é

$$V_p = V(r) \cos\phi = \frac{V_{GL} \cdot D}{r} \cos\phi, \quad (4.7.2)$$

onde ϕ é o ângulo definido pelas direções da galáxia ao Grande Atrator e da galáxia ao Grupo Local.

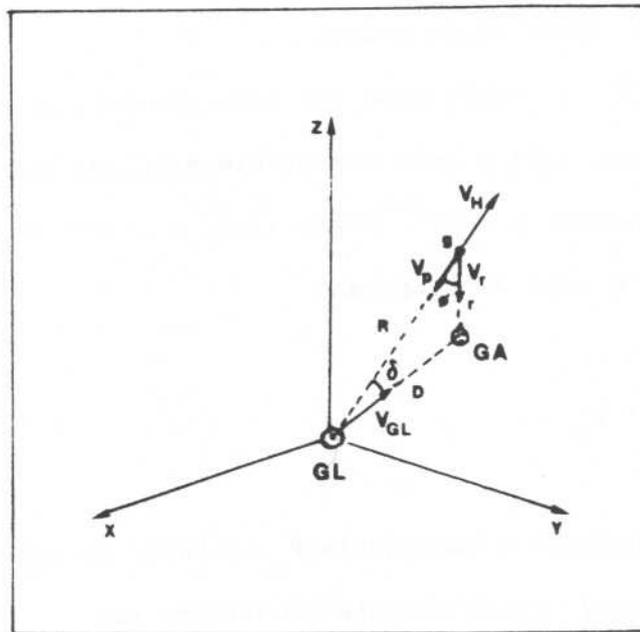


Fig.IV.4- Campo de velocidades peculiares

Em termos do ângulo δ e da distância R , representados na fig.IV.4, reescrevemos

$$V_p = \frac{V_{GL} \cdot D (R - D \cos\delta)}{(R^2 + D^2 - 2RD \cos\delta)} \quad (4.7.3)$$

Com este valor de V_p , a velocidade de Hubble,

$$V_H = V_{\text{obs}} + V_p ,$$

pode ser enfim calculada. Devemos notar, entretanto, que V_p depende de R , a distância de cada galáxia até o Grupo Local. Esta distância, obtida através da relação

$$R = 10^{0,2 \cdot \Delta M - 5} , \quad (4.7.4)$$

onde $\Delta M = m - M$, depende claramente de V_H . Desta forma, para obtermos o melhor valor de V_H devemos adotar um processo iterativo no qual, na primeira iteração, fazemos $V_H = V_{\text{obs}}$. Com este valor de V_H calculamos M [eq.(4.5.1)], obtemos ΔM e em seguida, R [eq.(4.7.4)]. Com este valor de R , V_p é calculada e um novo valor de V_H é encontrado. A partir daí processa-se uma nova iteração que deve ser sucedida por outras até que se obtenha o melhor valor de V_H . O processo iterativo deve ser interrompido quando a diferença entre os valores de V_H , obtidos em consecutivas iterações, for aproximadamente zero (da ordem de 10^{-15} neste caso), ou quando os parâmetros α , β e γ não apresentarem variações significativas (inferiores a 10^{-4}).

4.8- A Seleção da Amostra

A magnitude aparente, a velocidade radial e o diâmetro efetivo angular das galáxias que compõem nossa amostra foram extraídos do catálogo de *Burstein & outros (1987)*. As medidas das dispersões de velocidades centrais, fornecidas por *Davies & outros*

(1987) e Dressler, Faber & Burstein (1991), completam nossos dados.

Ao estimarmos a dispersão de velocidades das galáxias fizemos a suposição de que os movimentos peculiares constituem um processo aleatório homogêneo e isotrópico. Por esta razão, as galáxias elípticas próximas ao aglomerado de Virgem e com velocidades inferiores a 1500 km.s^{-1} foram excluídas a fim de se evitar os efeitos devido ao potencial gravitacional do Superaglomerado Local. Uma primeira amostra de 347 galáxias foi então selecionada e a partir dela pode-se estabelecer a correlação entre as velocidades dos objetos e suas correspondentes distâncias [Fig. (IV.5)].

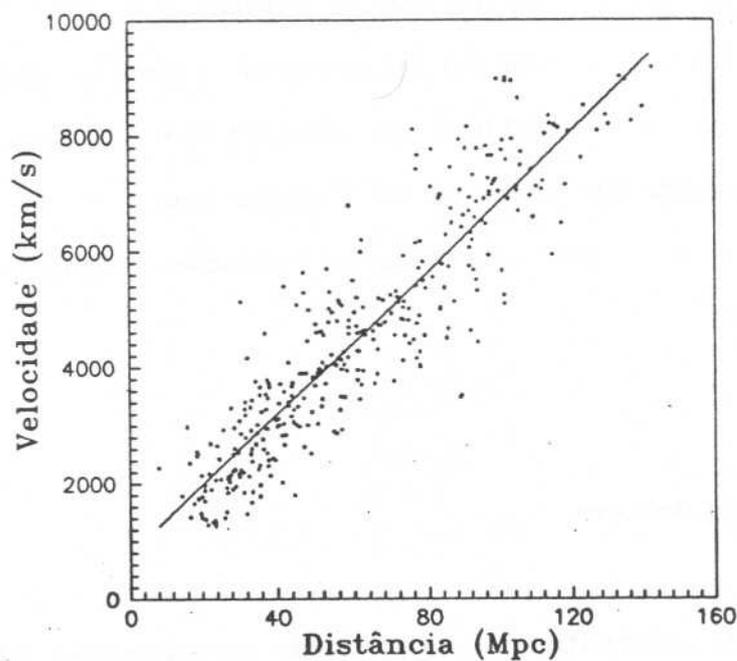


Fig.IV.5- Velocidade versus distância. Amostra com 347 galáxias.

Os resultados dos nossos cálculos, desenvolvidos considerando-se $h=0.75$, estão sumarizados nas tabelas 4.1 e 4.2. Na primeira delas as três primeiras colunas indicam os valores de α , β e γ para os casos I e II (Bruno & Pacheco, 1992). Nas três últimas colunas são apresentados os erros estimados para a magnitude do indicador de distâncias (σ_{Δ}) e os coeficientes de correlação entre as diferentes grandezas relacionadas no indicador de distâncias: o fator entre a magnitude e o raio efetivo (ReM) e o fator entre a magnitude e a dispersão de velocidades centrais (SVM) [Apêndice A].

Tabela 4.1 - Parâmetros calculados

	α	β	γ	σ_{Δ}	ReM	SVM
Caso I	-11,76	-1,64	-5,43	0,42	-0,83	-0,91
Caso II	-11,07	-1,59	-5,70	0,42	-0,83	-0,92

Examinando-se a tab.4.1 nota-se que nenhuma variação significativa nos coeficientes α , β e γ é observada quando analisamos os casos I e II. É interessante mencionar que apenas o coeficiente γ é comparável ao esperado através da aplicação do teorema do virial, para uma razão massa-luminosidade constante, a saber

$$M = \text{constante} - 2,5 \log R_e - 5 \log \sigma \quad (4.9.1)$$

Na segunda tabela estão enumerados os resultados para a

4.10- A Estimativa de Ω_0

Uma vez calculada a dispersão de velocidades das galáxias, o parâmetro de densidade cosmológica pode ser imediatamente estimado. No regime não linear, usando a equação da energia cósmica (Peebles, 1980), verificamos que a dispersão de velocidades das galáxias está relacionada com o parâmetro de densidade através da equação

$$\sigma_V^2 = \frac{a}{b} G\rho \int \frac{d^3r \xi(r)}{r} \quad , \quad (4.10.1)$$

onde

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{(7+n)} \quad , \quad (4.10.2)$$

n é o índice do espectro de potência inicial e varia entre -1 e 1 , e ρ é a densidade de massa média, cuja relação com o parâmetro de densidade é [eqs. (3.2.9) e (3.2.5)]:

$$\Omega = \frac{8}{3} \pi \frac{G\rho}{H^2} \quad . \quad (4.10.3)$$

Considerando $n = 1$ [espectro de Harrison-Zeldovich; Sec. (5.6)] e combinando as equações (4.10.1), (4.10.2) e (4.10.3) encontramos

$$\sigma_V^2 \cong \frac{3}{4} H_0^2 \Omega_0 J_2 \quad , \quad (4.10.4)$$

onde

$$J_2 = \int_0^{\infty} r \xi(r) dr \quad (4.10.5)$$

é o segundo momento da função de autocorrelação de dois pontos. O valor de J_2 pode ser calculado a partir da função de autocorrelação galáxia-galáxia desde que se admita que a distribuição de galáxias trace a distribuição de massa. *Davis & Peebles (1983a)*, obtiveram o seguinte resultado para J_2 ,

$$J_2 = 150 \pm 20 h^{-2} \text{ Mpc}^2 .$$

Usando nossas estimativas para a dispersão de velocidades, encontramos:

$$\Omega_0 = 0,131 \pm 0,018 \quad \text{para o caso I} , \quad (4.10.6)$$

e

$$\Omega_0 = 0,095 \pm 0,014 \quad \text{para o caso II} . \quad (4.10.7)$$

4.11- Discussões

A determinação do parâmetro de densidade através do estudo dos movimentos peculiares é ainda bastante incerto. A análise desenvolvida neste trabalho resulta no valor

$$\Omega_0 = 0,12 \pm 0,03$$

para Ω_0 , onde o limite inferior é obtido quando as velocidades radiais de nossa amostra são corrigidas, incluindo o campo peculiar introduzido pelo Grande Atrator. Ambos os limites de Ω_0 foram calculados sob a hipótese de que as galáxias são bons traçadores de matéria, uma questão ainda sujeita a intensos debates. O modelo do Grande Atrator, embora simplificado, foi desenvolvido para descrever a distribuição de massa independentemente da distribuição de galáxias. Este já foi um passo para a solução indubitável da questão se as galáxias realmente traçam a distribuição de matéria não luminosa. Provavelmente dentro dos próximos anos será possível reunir uma amostra de galáxias verdadeiramente representativa e estender as medidas dos movimentos peculiares de modo a se testar o grau com que galáxias traçam a distribuição de massa, e o grau com que a distribuição de massa é dominada por grandes concentrações como o Grande Atrator. Se a conclusão for que as galáxias são bons traçadores das distribuições de massa existentes, poderemos realizar nossos estudos sobre as estruturas de grande escala a partir, apenas, da distribuição de galáxias, que é mais facilmente obtida. Se, por outro lado, descobirmos que as galáxias não seguem a distribuição de matéria escura com precisão, as tentativas para se interpretar as estruturas de grande escala do universo, apenas através de mapas de galáxias, não serão mais possíveis. Em contrapartida, esta conclusão servirá para conduzir às respostas das questões sobre a formação das galáxias e sobre a origem das estruturas no universo primordial.

O resultado por nós encontrado para a dispersão de velocidades das galáxias ($\sigma_v = 213 \pm 42 \text{ km.s}^{-1}$, na linha de

visada) e para o parâmetro de densidade ($\Omega = 0,12 \pm 0,03$), está dentro do intervalo obtido por *Hale-Sutton & outros (1989)* [$\sigma_v = 290 \pm 70 \text{ km.s}^{-1}$ e $\Omega = 0,18 \pm 0,09$], que foi calculado com base numa amostra de galáxias espirais. Assim, ambos os conjuntos de dados, analisados com diferentes indicadores de distância, conduzem a resultados similares para os movimentos peculiares das galáxias.

Em nosso primeiro trabalho (*de Freitas Pacheco & R. Bruno, 1988*), uma dispersão tri-dimensional de $230 \pm 20 \text{ km.s}^{-1}$ foi obtida para uma amostra de 151 galáxias elípticas, onde não foram consideradas as correções devido ao Grande Atrator. Se compararmos este resultado com o valor de $379 \pm 39 \text{ km.s}^{-1}$, agora encontrado, notaremos uma discrepância significativa. Em nossos cálculos tivemos a oportunidade de observar que os resultados de σ_v são particularmente sensíveis à escolha da amostra. Juntamente com este fato, [anteriormente constatado por *Hale-Sutton & outros (1989)*], a utilização do indicador de distâncias $L-R_e - \sigma$ em detrimento da relação $L-R_e$ devem ser, provavelmente, os principais responsáveis pela diferença encontrada.

O modelo que adotamos para o Grande Atrator supõe um fluxo esfericamente simétrico no qual a velocidade total de cada galáxia é inversamente proporcional à distância que a separa do centro de atração, e aponta nesta direção (eq.4.7.1). Este modelo é uma aproximação do modelo proposto por *Faber & Burstein (1988)* no qual se considera o raio do núcleo central (c_A) igual a zero. Testes realizados com o modelo de *Faber & Burstein* revelaram que os resultados para a dispersão de velocidades não apresentam variação relevante em relação aos resultados obtidos através do modelo aqui

proposto.

Embora a inclusão do Grande Atrator resulte numa diminuição da dispersão de velocidades e, conseqüentemente, numa diminuição do parâmetro de densidade, a diferença não é representativa. Podemos concluir, a princípio, que nesta análise o parâmetro de densidade cosmológica praticamente independe do modelo e que o resultado encontrado é compatível com os obtidos através das diversas técnicas que têm sido usadas para se estimar Ω_0 , a saber, $\Omega_0 \cong 0,1 - 0,2$.

5- MODELOS COSMOLÓGICOS - TEORIA VERSUS OBSERVAÇÕES

5.1- Introdução

Em muitas situações de interesse costuma-se considerar o universo como um fluido de densidade aproximadamente constante. Esta descrição é uma aproximação bastante razoável quando se refere ao universo primordial, descrito por uma "sopa" de partículas elementares com pequenos livres percursos médios, ou quando se refere ao universo atual, desde que considerado em escalas maiores do que 100 Mpc . Em pequenas escalas, no entanto, esta descrição encobre uma das características mais importantes do universo atual: a existência das grandes estruturas, como as estrelas, galáxias, aglomerados de galáxias, superaglomerados, etc.

A homogeneidade do universo em grandes escalas é evidenciada pela contagem do número de galáxias, pelas medidas de suas velocidades ou pela isotropia da radiação cósmica de fundo. Observações das galáxias distantes, em diferentes direções, revelam uma abundância equivalente de galáxias para volumes comparáveis de espaço. Além disso, as medidas das velocidades de expansão também revelam um valor semelhante, qualquer que seja a direção escolhida. Este valor é o parâmetro de Hubble, fator de proporcionalidade da relação velocidade-distância, usada para calcular as distâncias das galáxias. Mas a precisão com que estes dados são obtidos pode influenciar as conclusões a respeito do grau de isotropia do universo. Para o parâmetro de Hubble, por

exemplo, são obtidos valores cujas diferenças podem chegar até a um fator de dois (50 a $100 \text{ km.s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$)

A uniformidade da radiação cósmica de fundo através do espaço demonstra, com muito mais precisão, a uniformidade da distribuição espacial de matéria. Observações do céu, em escalas angulares variando desde minutos de arco até 180° , revelam o alto grau de isotropia da radiação cósmica de fundo, caracterizando-a como um fóssil do universo primordial.

Em escalas menores, a existência de uma variedade de estruturas diferentes pode ser constatada pela mapeamento do cosmos. As galáxias são projetadas na superfície da esfera celeste formando um quadro bidimensional. Com o conhecimento das distâncias das galáxias obtem-se um quadro tridimensional que deve corresponder à verdadeira distribuição de galáxias no espaço. A observação de que estes objetos se concentram principalmente em estruturas filamentosas e em superfícies planas, e o fato de que estas superfícies encerram grandes regiões do espaço quase que totalmente destituídas de matéria luminosa, indicam que as camadas onde se situam as galáxias não são preenchidas uniformemente.

Admite-se, geralmente, que as estruturas de grande escala que observamos no universo atual, são o resultado final da amplificação gravitacional de pequenas perturbações existentes no universo primordial, então homogêneo. Esta teoria, comumente designada como a *teoria da instabilidade gravitacional*, procura explicar a origem das galáxias e demais estruturas, postulando a existência de um excesso de densidade local, capaz de gerar um campo gravitacional intenso, atraindo matéria e tornando-se cada vez maior. Por outro lado, para restaurar a homogeneidade inicial,

a pressão do gás que preenche o universo tende a dispersar qualquer aumento da densidade. As perturbações de pequenas escalas são, de fato, rapidamente dispersadas, mas as perturbações de grande escala aumentam continuamente com o tempo. Esta instabilidade cria uma concentração de massa que pode evoluir dando origem às estrelas, galáxias ou aglomerados. A quantidade de matéria condensada desta maneira depende da densidade inicial do gás e da velocidade com que as perturbações de densidade se propagam. A quantidade mínima de matéria necessária para o estabelecimento da instabilidade gravitacional é chamada de "massa de Jeans" (M_J) e o raio que a contém é conhecido como o "raio de Jeans" (r_J). Numa esfera de raio menor que r_J , a gravidade supera a pressão do gás e há o colapso da matéria. Para uma esfera de raio maior que r_J , a pressão do gás supera a gravidade e a perturbação é amortecida.

A teoria da instabilidade gravitacional não é, naturalmente, a única que existe para explicar a formação de galáxias. Uma outra teoria, também habitualmente considerada, é a das "sementes". Segundo esta teoria, as estruturas podem ter sido criadas a partir de sementes ativas ou passivas, durante alguma fase de transição de alta temperatura. Enquanto que as sementes passivas incluem os objetos que desaparecem depois de terem alcançado seu efeito, deixando um problema puramente hidrodinâmico/gravitacional (explosões, texturas), as sementes ativas permanecem em cena, complicando o quadro (massas pontuais, cordas cósmicas).

O tipo de teoria que se escolhe para a origem das estruturas cósmicas depende grandemente do parâmetro de densidade considerado. Como vimos nos capítulos anteriores, o valor de Ω_0

não é bem definido observacionalmente. A maioria das determinações indicam o intervalo $0,1 < \Omega_0 < 0,3$. A idéia de um modelo com $\Omega_0 = 1$ ainda não tem comprovação observacional. Embora já se tenha obtido uma estimativa de $\Omega_0 = 0,9 \pm 0,3$ a partir de uma amostra de aproximadamente 1000 galáxias (Loh & Spillar, 1986), cujas velocidades radiais até $z \cong 1$ foram determinadas fotometricamente, este resultado não é definitivo pois uma estimativa de $\Omega_0 \cong 0,2$ foi obtida com os mesmos dados (Caditz & Petrosian, 1989).

Qualquer que seja o modelo adotado, existem sempre muitas variantes no cenário e nos argumentos e, por este motivo, não é difícil encontrar pelo menos uma que viole alguma premissa imposta pela homogeneidade ou pelo espectro de radiação cósmica de fundo. O que se faz geralmente, quando se pretende comparar a teoria com as observações, é ponderar as diferentes restrições estabelecidas pelos modelos a fim de se escolher aquele que mais se aproxima das observações. Este é exatamente o objetivo deste capítulo. Alguns modelos propostos por diferentes autores são analisados e comparados com os resultados obtidos através do nosso modelo (Cap.4). Esta comparação deverá propiciar uma análise de consistência dos modelos cosmológicos e aquele que apresentar menos restrições poderá ser indicado como o mais adequado para nossos objetivos.

5.2- Flutuações de densidade primordiais

Considerando a hipótese de que as estruturas de grande escala tenham se formado predominantemente por forças gravitacionais, o

modelo alternativo que introduz as explosões ou cordas cósmicas é excluído da nossa análise sobre o crescimento das estruturas. Para desenvolver esta análise costuma-se postular a existência de pequenas flutuações de densidade, de amplitude relativa $\delta(\mathbf{r})$, sobrepostas ao universo homogêneo e em expansão. Estas flutuações infinitesimais de densidade, originadas nos primeiros instantes do nascimento do universo, indicam a fração do excesso de densidade local. Em outras palavras, a amplitude relativa $\delta(\mathbf{r})$, também definida como o *contraste de densidade*, é dada pelo desvio relativo da densidade de massa total, isto é,

$$\delta(\mathbf{r}) \equiv \frac{\rho(\mathbf{r}) - \langle \rho \rangle}{\langle \rho \rangle} = \frac{\delta\rho(\mathbf{r})}{\langle \rho \rangle} . \quad (5.2.1)$$

Nesta equação, a densidade de massa total $\rho(\mathbf{r})$, é uma função da posição e os parênteses $\langle \rangle$ denotam valores médios.

Na teoria de perturbação linear, a equação que governa o crescimento do contraste de densidade, escrita em termos das coordenadas comoventes \mathbf{x} e do tempo t (Peebles, 1980), é

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2 H(t) \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \langle \rho \rangle \delta , \quad (5.2.2)$$

onde $H(t)$ é o parâmetro de Hubble e G é a constante gravitacional.

A solução geral desta equação, dada por

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \delta_0(\mathbf{x})f_c(t) + \delta_1(\mathbf{x})f_d(t) , \quad (5.2.3)$$

é uma combinação linear de duas soluções independentes: $f_c(t)$ que cresce com o tempo e $f_d(t)$ que decresce. Para o problema em

questão, a solução crescente $f_c(t)$ é, obviamente, a única que nos interessa. A partir desta solução e com o conhecimento do contraste de densidade inicial, podemos então determinar o contraste de densidade para qualquer tempo da evolução do universo.

A natureza da teoria que descreve a origem das estruturas de grande escala é determinada essencialmente pelo tipo de flutuação de densidade inicial que se escolhe e pela suposição sobre a natureza da matéria escura que possa existir. Além disso, a variância da amplitude das flutuações de densidade pode determinar a formação hierárquica dos objetos: se $\langle \delta^2 \rangle^{1/2}$ aumenta suavemente ao longo de pequenas escalas, temos a indicação que as grandes estruturas podem ter se formado a partir de uma aglomeração contínua de pequenos objetos; se, por outro lado, numa grande escala a flutuação é interrompida, temos a indicação que as grandes estruturas são primeiramente formadas para mais tarde se fragmentarem em pequenos objetos.

5.3- Modos de Perturbação

Qualquer flutuação de densidade pode ser considerada como uma superposição de duas componentes independentes, referentes ao modo de perturbação: δ_{ad} , que são as flutuações adiabáticas, e δ_{iso} , as flutuações de isocurvatura. Nas flutuações adiabáticas todos os componentes do universo, sejam matéria ou radiação, são perturbados. A entropia por barion é conservada. A razão entre a densidade de matéria e a densidade de radiação se mantém constante

ao longo do espaço, mesmo em regiões onde a massa total e as densidades de energia variam significativamente.

Se a eficiência na criação de bárions é universal, isto é, independente da posição, então a densidade local do número de bárions é proporcional à densidade local do número de fótons, que é a condição adiabática. Levando este fato em consideração, *Peebles & Silk (1988)* analisaram diferentes modelos cosmológicos e as teorias sobre a formação de estruturas de grande escala e consideraram as flutuações adiabáticas primordiais como a hipótese mais provável para explicar a origem das estruturas.

Nas flutuações de isocurvatura, por outro lado, a distribuição de radiação permanece homogênea enquanto que a densidade de matéria sofre variações. Há uma variação local na razão fóton/bárion, ou equivalentemente, na entropia por partícula.

Se a entropia por bárion é uma variável aleatória, um espectro de flutuações aproximadamente plano deve ser considerado para se evitar um excesso de anisotropia na radiação cósmica de fundo (*Peebles, 1987; Efstathiou & Bond, 1987*). Segundo *Kofman & Linde, (1987)* e *Efstathiou & Bond (1986)*, "apud" *Peebles & Silk, (1988)*, as discussões existentes sobre como as flutuações de isocurvatura podem ter surgido na inflação (Sec.5.4), não predizem uma forma para o referido espectro. Por este motivo eles consideram a hipótese do modo de isocurvatura menos provável que o modo adiabático.

5.4- Modelos cosmológicos

Os modelos inflacionários são os mais populares. Uma das razões desta popularidade se deve à possibilidade da inflação proporcionar uma resposta para a questão sobre a origem das flutuações (Guth & Pi, 1982). O cenário inflacionário também é capaz de explicar a homogeneidade, a isotropia e o achatamento do universo (Turner, 1988).

Segundo o modelo inflacionário, o universo teria passado por um período de expansão exponencial (era de *de Sitter*), antes de ter entrado na era atual de expansão adiabática (era de *Friedmann*) [Fig.(V.1)]. A cosmologia de *de Sitter* corresponde à solução da equação de *Friedmann* num universo vazio de curvatura nula (Sec.3.2). Durante a fase de expansão exponencial que caracteriza a era inflacionária e é descrita por este espaço-tempo, a energia do vácuo é dominante. As flutuações quânticas são amplificadas, podendo alcançar grandes escalas e dar origem às sementes das galáxias e aglomerados, tornando possível a existência destas estruturas mesmo levando-se em consideração o tempo finito da fase de expansão (10 a 20 bilhões de anos).

O modelo inflacionário também é capaz de prever um espectro de flutuações primordiais que serve como ponto de partida para os diferentes modelos de evolução baseados na teoria da instabilidade gravitacional, sejam as perturbações adiabáticas ou de isocurvatura. Este é o espectro de *Harrison-Zel'dovich*, caracterizado por flutuações de amplitude constante e que, por esta razão, é conhecido como um espectro de escala invariante.

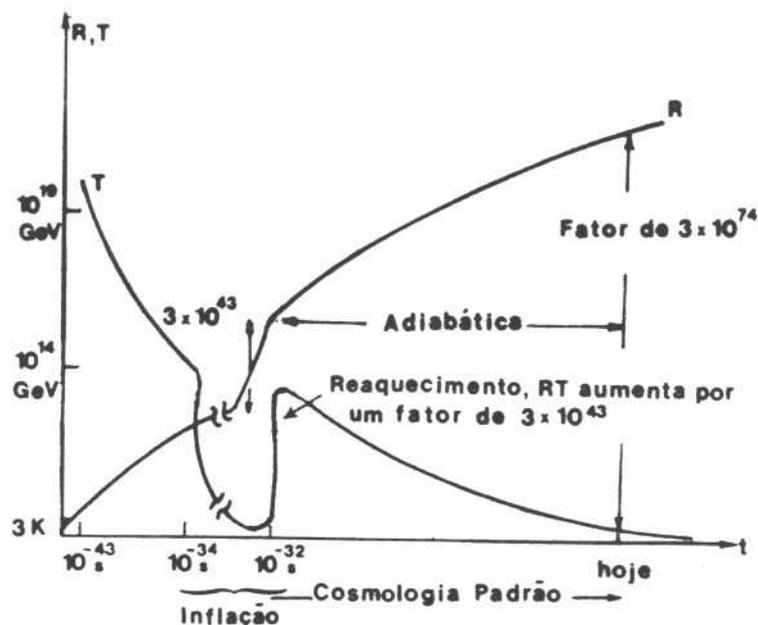


Fig. V.1- Evolução do parâmetro de expansão R e da temperatura T na cosmologia inflacionária. Segundo Kolb & Turner, (1990).

O grande problema do modelo inflacionário é que a amplitude das flutuações não é predita. Para encontrá-la é necessário ajustar os parâmetros do espaço escalar que comandam a inflação. Isto pode ser feito normalizando-se o espectro de flutuações de modo a fazê-lo coincidir com as flutuações observadas na distribuição estatística das galáxias. Entre os dados comumente usados para esta finalidade, está a variância do número de galáxias contidas num raio de $8 h^{-1} \text{ Mpc}$, que é aproximadamente igual a 1. Se as galáxias são bons traçadores de massa, esta normalização coincide com as flutuações de massa das galáxias. Se esta suposição não for considerada, a normalização deverá ser

parametrizada pela constante b , definida de modo que $b=1$ se a distribuição de massa traçar a distribuição de luz.

Outros parâmetros podem ser utilizados na determinação da amplitude do espectro de flutuação de densidade primordial. Os valores observados da função de correlação de dois pontos $\xi(5h^{-1}Mpc)$, a anisotropia dipolar D e o campo de velocidade peculiar de grande escala v_p ($25h^{-1} Mpc$) são exemplos de alguns deles (Vittorio & Silk, 1985).

Tomando como base a teoria da instabilidade gravitacional, a combinação de elementos tais como a natureza da matéria dominante, as sementes e os modos de perturbação das flutuações de densidade, possibilita a enumeração de diferentes modelos. Alguns exemplos são:

(i) *modelo adiabático bariônico*: modelo cuja matéria dominante é constituída de barions e a origem das galáxias é explicada a partir das flutuações primordiais adiabáticas, caracterizadas por um espectro especialmente escolhido para evitar os possíveis conflitos com as observações;

(ii) *modelo adiabático com matéria escura quente*: modelo que difere do modelo anterior apenas pela constituição de sua massa;

(iii) *modelo adiabático com matéria escura fria*: modelo com predominância de matéria escura fria e cujas flutuações primordiais são adiabáticas, caracterizadas por um espectro de escala invariante (Harrison-Zel'dovich, por exemplo).

(iv) *modelo de isocurvatura bariônico*: modelo com $\Omega \cong 0,1$ e que considera as flutuações primordiais de isocurvatura como as sementes que originam as galáxias. Este modelo não requer formas exóticas para a matéria escura.

Um estudo detalhado destes modelos e a análise das restrições impostas pelas observações para cada um deles, permitem estabelecer quais são os candidatos mais plausíveis para conciliar a teoria com as observações. Entre os modelos acima citados, *Peebles & Silk (1988)* consideraram o (iii) e o (iv) como os mais prováveis.

5.5- A transformada de Fourier, o espectro de potência e a função de autocorrelação

Segundo o teorema do limite central, uma variável dada pela superposição linear de um grande número de variáveis aleatórias independentes é caracterizada por uma distribuição gaussiana. Em muitas abordagens é comum supor que as flutuações de densidade podem resultar em um campo aleatório gaussiano, homogêneo e isotrópico. Os picos de alta densidade deste campo, que representa a distribuição de massa, são os locais preferenciais para a formação de estruturas não lineares como, por exemplo, as galáxias (*Bardeen & outros, 1986*).

O procedimento natural para se construir um campo dado pela superposição de muitos modos é através da análise de Fourier. De acordo com esta análise, a transformada de Fourier das flutuações de densidade é

$$\delta_{\mathbf{k}} = \frac{1}{V} \int \delta(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3r \quad , \quad (5.5.1)$$

onde \mathbf{k} é o número de onda que especifica o modo de perturbação.

Definindo a função de autocorrelação de dois pontos, entre pontos do campo em um volume V ,

$$\xi(s) = \frac{1}{V} \int \delta(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}+\mathbf{s}) d^3r \quad , \quad (5.5.2)$$

onde

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int \delta_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3k \quad ,$$

podemos mostrar que esta função de autocorrelação é a anti-transformada de Fourier do espectro de potência das flutuações. De fato, substituindo a eq. (5.5.1) em (5.5.2) obtemos

$$\xi(s) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int |\delta_{\mathbf{k}}|^2 e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}} d^3k \quad , \quad (5.5.3)$$

que expressa a probabilidade de se achar um objeto vizinho a uma distância $s \cong 2\pi/k$ de um objeto escolhido aleatoriamente.

5.6- Os filtros e as funções de transferência

Um conceito comumente usado quando se analisa quantitativamente os campos de densidade cosmológica é o de "filtragem". Neste procedimento efetua-se a convolução do campo de densidade com alguma "função janela", $W(r): \delta \rightarrow \delta * F$. Esta função define um volume esférico V_w , que contém a massa $M = \langle \rho \rangle V_w$ e é limitado por uma superfície de contornos regulares, porém bem

definidos. Em termos de $W(r)$, este volume pode ser escrito como

$$V_w = 4\pi \int_0^{\infty} r^2 W(r) dr \quad (5.6.1)$$

Dependendo do efeito que se deseja produzir, a função "janela" $W(r)$, pode assumir diferentes formas. Uma destas formas é a função "top hat", caracterizada por contornos bem distintos

$$W(r) = \begin{cases} 1 & \text{para } r \leq r_0 \\ 0 & \text{para } r > r_0 \end{cases}, \quad (5.6.2)$$

que define o volume

$$V_w = \frac{4\pi r_0^3}{3}, \quad (5.6.3)$$

e permite obter o filtro

$$F(k) = \frac{3}{y^3} [\text{sen } y - y \text{cos } y] \quad , \quad y = kr_0 \quad (5.6.4)$$

Nestas equações r_0 representa o raio da esfera que contém a amostra de galáxias. Quaisquer perturbações além desta escala são eliminadas por este filtro.

Uma outra função "janela" é a gaussiana:

$$W(r) = \exp \left[-r^2/2r_0^2 \right], \quad (5.6.5)$$

cujo volume é

$$V_w = (2\pi)^{3/2} r_o^3 , \quad (5.6.6)$$

e o filtro correspondente é

$$F(k) = \exp \left[-k^2/2k_o^2 \right] , \quad k_o \propto 1/r_o . \quad (5.6.7)$$

Este filtro tem a propriedade de suavizar o espectro de potência (a transformada de Fourier de uma gaussiana é outra gaussiana). As perturbações de pequenos comprimentos de onda, ou de grandes k , são suprimidas, tornando disponíveis as informações sobre as inhomogeneidades da densidade em escalas maiores que a amostra.

Um terceiro exemplo é

$$W(r) = \frac{r_o^2}{r^2 + r_o^2} , \quad (5.6.8)$$

que define o volume

$$V_w = 4\pi r_o^3 \left[1 - \frac{\pi}{4} \right] , \quad (5.6.9)$$

e implica no filtro exponencial

$$F(k) = \exp \left[-k/k_o \right] , \quad k_o \propto 1/r_o . \quad (5.6.10)$$

Neste caso, as flutuações de pequenos comprimentos de onda também são eliminadas. A diferença entre este e o caso anterior é que agora o corte se dá de forma mais brusca.

Considerando que a flutuação $\delta(r)$ seja submetida a um filtro

F , passamos a ter

$$\delta_F(\mathbf{r}) = \int \delta(\mathbf{r}') F(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d^3r' = \delta * F \quad , \quad (5.6.11)$$

e para a componente de Fourier,

$$\delta_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2\pi^{3/2}} \int \delta_F(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3r \quad . \quad (5.6.12)$$

Neste caso, a função de autocorrelação [eq. (5.5.3)] torna-se

$$\xi(s) = \frac{1}{V} \int |\delta_{\mathbf{k}}^2| e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}} d^3k \quad . \quad (5.6.13)$$

Para se especificar completamente a forma assumida pelo espectro de flutuações no tempo atual, além do filtro F precisamos definir a função de transferência T . Esta função, que caracteriza como o espectro de potência inicial é alterado no tempo, é dada pela razão entre a amplitude final e a amplitude inicial do espectro de flutuação

$$T^2(k) = \frac{|\delta_{\mathbf{k}}^2(t)|}{|\delta_{\mathbf{k}}^2(t_1)|} \quad . \quad (5.6.14)$$

Considerando um espectro inicial de potência na forma

$$|\delta_{\mathbf{k}}^2(t_1)| = A k^n \quad , \quad (5.6.15)$$

e escolhendo um filtro $F(k)$, obtemos o espectro de potência atual

$$|\delta_{\mathbf{k}}^2(t)| = A k^n F(k) T^2(k) \quad (5.6.16)$$

Nesta equação $n=1$ corresponde ao espectro de *Harrison-Zel'dovich* e A é a amplitude a ser determinada.

É bastante difícil, na prática, encontrar uma forma analítica precisa para a função de transferência que se ajuste adequadamente aos resultados numéricos. Algumas sugestões para $T(k)$ para diferentes modelos são encontradas na literatura. *Bardeen & outros* (1986) e *Peacock* (1991) adotaram para os modelos: (a) adiabático com matéria escura fria; (b) adiabático com neutrinos massivos e (c) de isocurvatura com matéria escura fria, respectivamente as seguintes funções

$$(a) T(k) = \frac{\ln(1+2,34q)}{2,34q} [1+(3,89q)+(16,1q)^2+(5,46q)^3+(6,71q)^4]^{-1/4}, \quad (5.6.17)$$

$$(b) T(k) = \exp(-3,9q - 2,1q^2), \quad (5.6.18)$$

$$(c) T(k) = \left\{ 1 + [(15,0q) + (0,86q)^{3/2} + (5,6q)^2]^{1,24} \right\}^{-0,807} \quad (5.6.19)$$

$$\text{onde } q = \frac{k}{(\Omega h^2 \text{ Mpc}^{-1})}$$

Mas o cenário que representa o universo adiabático, dominado por matéria escura fria, pode ter também como função de transferência, a fórmula

$$T(k) = (1 + ak + bk^{1,5} + ck^2)^{-1}, \quad (5.6.20)$$

onde $a = 1,7(\Omega h^2)^{-1} \text{ Mpc}$, $b = 9,0(\Omega h^2)^{-1,5} \text{ Mpc}^{1,5}$ e $c = 1,0(\Omega h^2)^{-2} \text{ Mpc}^2$. Esta função foi adotada por *Davis & outros (1985)*, *Vittorio & Silk (1985)* e *Vittorio, Matarrese & Lucchin (1988)*.

Por outro lado, para o modelo com neutrinos massivos e axions, também foi sugerida a função

$$T(k) = \{ \exp [-4,61 (k/k_\nu)^{1,5}] \}^{1/2} , \quad (5.6.21)$$

com $k_\nu = 0,49 \Omega h^2 \text{ Mpc}^{-1}$ (*Bond & Szalay, 1983; Vittorio & Silk, 1985* e *Vittorio & Turner, 1987*).

5.7- Normalização

Considerando o espectro de potência dado por (5.6.15), a função de autocorrelação [(eq. (5.6.13)] torna-se

$$\xi(s) = \frac{1}{V} \int_0^\infty A k^n F(k) T^2(k) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}} d^3k . \quad (5.7.1)$$

Com $d^3k = k^2 \sin\theta dk d\theta d\phi$ e $e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}} = e^{-iks \cos\theta}$, obtemos

$$\xi(s) = \frac{4\pi A}{V} \int_0^\infty \frac{k^{n+2} F(k) T^2(k) \sin(ks) dk}{(ks)} . \quad (5.7.2)$$

Dois procedimentos para a determinação da amplitude A serão considerados: o cálculo da variância do número de galáxias contidas num raio de $8h^{-1} \text{ Mpc}$ e o cálculo da função de autocorrelação de dois pontos no raio de $5h^{-1} \text{ Mpc}$.

No primeiro caso devemos determinar a flutuação do número de

galáxias (Δ^2), numa esfera de raio R . Supondo que a distribuição luminosa corresponde à distribuição de matéria, escrevemos

$$\Delta^2 = \left\langle \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left(\frac{\Delta N}{N} \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{N} + \frac{3}{R^3} \int_0^\infty r^2 \xi(r) dr. \quad (5.7.3)$$

Definindo os momentos da função de autocorrelação

$$J_m(R) = \int_0^R r^{m-1} \xi(r) dr, \quad (5.7.4)$$

a eq. (5.7.3) resulta em

$$\Delta^2 = \frac{3J_3}{R^3}, \quad (5.7.5)$$

já que $1/N \ll 1$.

Combinando as eqs. (5.7.2) e (5.7.4), obtemos

$$J_3 = \frac{4\pi A}{V} R^3 \int_0^\infty k^{n+2} F(k) T^2(k) \frac{(\text{sen}y - y\text{cos}y)}{y^3} dk, \quad (5.7.6)$$

onde $y = kR$. Assim, a flutuação do número de galáxias torna-se

$$\Delta^2 = \frac{4\pi A}{V} \int_0^\infty k^{n+2} F(k) T^2(k) \left[3 \frac{(\text{sen}y - y\text{cos}y)}{y^3} \right] dk, \quad (5.7.7)$$

que, em termos de $W(kr)$ [eq. (5.6.4)], pode ser assim reescrita

$$\Delta^2 = \frac{4\pi A}{V} \int_0^\infty k^{n+2} F(k) T^2(k) W(kr) dk. \quad (5.7.8)$$

Desta forma, fazendo $\Delta^2 = 1$ para $R = 8 h^{-1}$ Mpc a amplitude A é finalmente determinada:

$$\frac{4\pi A}{V} = \frac{1}{I_1} \quad , \quad (5.7.9)$$

onde

$$I_1 = \int_0^{\infty} k^3 F(k) T^2(k) W(kR) dk \quad , \quad (5.7.10)$$

se o espectro de Harrison-Zel'dovich for considerado ($n=1$).

A outra técnica empregada para normalização parte diretamente da função de autocorrelação de dois pontos. A eq. (5.7.1), para $n=1$, nos dá agora

$$\xi(R) = \frac{4\pi A}{VR} \int_0^{\infty} k^2 F(k) T^2(k) \text{sen}kR dk \quad . \quad (5.7.11)$$

Se fizermos $\xi(R) = 1$ para $R = 5 h^{-1}$ Mpc, obtemos

$$\frac{4\pi A}{V} = \frac{1}{I_2} \quad , \quad (5.7.12)$$

onde

$$I_2 = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} k^2 F(k) T^2(k) \text{sen}kR dk \quad . \quad (5.7.13)$$

5.8- Campo de velocidades. Aproximação Newtoniana

O modelo do fluido ideal pode ser utilizado para descrever o comportamento de uma galáxia num universo em expansão. Se a

pressão é desprezível, as equações fundamentais linearizadas são:
a equação de movimento

$$\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial t} \mathbf{v}_1 + \mathbf{g}_1 = 0 \quad , \quad (5.8.1)$$

e a equação da continuidade (conservação de massa)

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0 \quad . \quad (5.8.2)$$

Nestas equações, \mathbf{v}_1 é a velocidade peculiar da galáxia, R é o parâmetro de expansão que caracteriza o modelo considerado \mathbf{g}_1 é a aceleração gravitacional peculiar e δ é o contraste de densidade [eq. (5.2.1)]. A relação entre estes dois últimos parâmetros é dada por

$$\nabla \cdot \mathbf{g}_1 = 4\pi G \rho_0 \delta \quad , \quad (5.8.3)$$

onde G é a constante gravitacional e ρ_0 é a densidade de massa média não perturbada.

No sistema de coordenadas em expansão, a combinação das eqs. (5.8.3) e (5.8.2) permite escrever

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_1 = -R(t) \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\nabla \cdot \mathbf{g}_1}{4\pi G \rho_0 R} \right] \quad , \quad (5.8.4)$$

que tem como solução

$$\mathbf{v}_1 = -R(t) \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mathbf{g}_1}{4\pi G \rho_0(t) R(t)} \right] \quad . \quad (5.8.5)$$

Se $D(t, \mathbf{x})$ for uma solução da equação para δ , a eq. (5.8.2) implica em

$$\mathbf{g}_1 = A \rho_0 R(t) D(t, \mathbf{x}) \quad (5.8.6)$$

onde A é uma constante de proporcionalidade. Substituindo (5.8.6) em (5.8.5) obtemos

$$\mathbf{v}_1 = - \frac{R(t)A}{4\pi G} \frac{\partial D}{\partial t} = - \frac{\mathbf{g}_1}{4\pi G \rho_0} \left[\frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial t} \right] = - \frac{H(t)f}{4\pi G \rho_0} \mathbf{g}_1 \quad (5.8.7)$$

pois $H(t) = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial t}$ é o parâmetro de Hubble e $f = \frac{R(t)}{D} \frac{\partial D}{\partial R}$ é o parâmetro de perturbação.

Definindo-se as anti-transformadas de Fourier da aceleração gravitacional

$$\mathbf{g}_1 = \int_0^\infty \mathbf{g}_k e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3k \quad (5.8.8)$$

e do contraste de densidade

$$\delta = \int_0^\infty \delta_k e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3k \quad (5.8.9)$$

a eq. (5.8.3) torna-se

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{g}_k = - 4\pi G \rho_0 R(t) \delta_k \quad (5.8.10)$$

de onde se obtém

$$g_{\mathbf{k}} = - \frac{4\pi G\rho_0 R(t)}{ik^2} \delta_{\mathbf{k}} \mathbf{k} \quad (5.8.11)$$

Analogamente, se a anti-transformada de Fourier da velocidade é

$$\mathbf{v}_1 = \int_0^\infty \mathbf{v}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{k} \quad (5.8.12)$$

a eq. (5.8.7) resulta em

$$\mathbf{v}_{\mathbf{k}} = - \frac{H(t)R(t)f}{ik^2} \delta_{\mathbf{k}} \mathbf{k} \quad (5.8.13)$$

cujo valor quadrático é

$$|v_{\mathbf{k}}^2| = \frac{[H(t)R(t)f]^2}{k^2} |\delta_{\mathbf{k}}^2| \quad (5.8.14)$$

Por outro lado, a média do valor quadrático da velocidade peculiar [eq. (5.8.12)], num volume V , dá

$$\sigma_V^2 = \frac{1}{V} \int_0^\infty |v_{\mathbf{k}}^2| d^3\mathbf{k} \quad (5.8.15)$$

que, com a eq. (5.8.14), resulta em

$$\sigma_V^2 = \frac{[H(t)R(t)f]^2}{V} \int_0^\infty \frac{|\delta_{\mathbf{k}}^2|}{k^2} d^3\mathbf{k} \quad (5.8.16)$$

Se considerarmos o espectro de potência atual [eq. (5.6.16)]

$$|\delta_k^2| = A k^n F(k) T^2(k) \quad (5.8.17)$$

e, além disso, explicitarmos a e f em termos do parâmetro de densidade, a eq. (5.8.16) torna-se

$$\sigma_V^2 = (h^2 \times 10^4) \frac{\Omega_0^{1,2}}{1-\Omega_0} \frac{4\pi A}{V} \int_0^\infty kF(k)T^2(k) dk, \quad (5.8.18)$$

onde $R^2 = \frac{1}{1-\Omega_0}$ [para $\Omega_0 < 1$], $f = \Omega_0^{0,6}$ (Peebles, 1980), e $h=H/100$. Nesta equação o termo $(4\pi A/V)$ é dado pela eq. (5.7.9) ou pela eq. (5.7.11), dependendo da técnica empregada para a normalização. O filtro $F(k)$ é dado pelas equações (5.6.7) ou (5.6.10) e a função de transferência deve ser escolhida de acordo com o modelo considerado [eqs. (5.6.17)-(5.6.20)].

5.9- Cálculo dos parâmetros de controle dos filtros

Ao introduzirmos os filtros gaussiano e exponencial, definimos o parâmetro k_0 como inversamente proporcional a r_0 , o raio característico da amostra. Em ambos os casos, uma estimativa da massa limitada por r_0 permite calcular k_0 . Para o filtro gaussiano, $k_0 = \sqrt{5}/r_0$ e a massa total é

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho \frac{5^{3/2}}{k_0^3}, \quad (5.9.1)$$

onde ρ é a densidade de massa.

Considerando que $\rho = \rho_c \Omega$ e $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$, obtemos

$$M = \frac{1,30 \times 10^{13} h^2 \Omega_0 M_\odot}{k_0^3}, \quad (5.9.2)$$

sendo $M_\odot = 1,989 \times 10^{33} \text{ g}$. O conhecimento de M possibilita, portanto, calcular k_0 . Para galáxias brilhantes $M = 2 \times 10^{12} M_\odot$. Neste caso, temos

$$k_0^3 = 6,3 \Omega_0 h^2. \quad (5.9.3)$$

Já para o filtro exponencial, $k_0 = 2\pi/r_0$. A massa contida numa esfera de raio r_0 é agora

$$M = \frac{29,1 \times 10^{13} h^2 \Omega_0 M_\odot}{k_0^3}, \quad (5.9.4)$$

e

$$k_0^3 = 145 \Omega_0 h^2. \quad (5.9.5)$$

5.10- Dispersão de velocidades versus Ω_0

A eq. (5.8.18) mostra claramente a dependência entre as irregularidades de grande escala existentes na densidade e a dispersão de velocidades σ_V^2 , e a dependência desta dispersão com o parâmetro de densidade Ω_0 . Numa primeira abordagem procuramos analisar esta dependência diretamente através de um diagrama de σ_V versus Ω_0 . Três modelos são considerados: o modelo adiabático com matéria escura fria, o modelo de isocurvatura com matéria escura

fria e o modelo adiabático com matéria escura quente. Para cada um destes modelos são adotados dois tipos de filtros : o gaussiano e o exponencial. Além disso, duas técnicas distintas para a determinação da amplitude do espectro de potência são empregadas: a normalização através da flutuação do número de galáxias ($\Delta^2 = 1$ para $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$) ou através da função de autocorrelação de dois pontos ($\xi = 1$ para $R = 5 h^{-1} \text{ Mpc}$).

Numa segunda abordagem procuramos estimar o intervalo de Ω_0 , correspondente ao intervalo esperado de h_0 , que mais se aproxima das observações. Com esta finalidade são traçados, para cada modelo, diagramas de σ_V versus $(h^2 \Omega_0)$, para diferentes valores de Ω_0 .

Finalmente uma terceira análise, que constitui na verdade a essência deste estudo, permite avaliar a compatibilidade entre os modelos considerados e os resultados por nós obtidos. Num diagrama de σ_V versus h , o intervalo esperado de h ($0,4 < h < 1,00$) e o intervalo estimado de σ_V ($\sigma_V = 351,7 \pm 75,6$; Sec.4.11) definem uma região dentro da qual devem se situar os modelos que mais se aproximam das observações.

Modelo Adiabático com Matéria Escura Fria

Para o modelo adiabático com matéria escura fria, a eq.(5.8.18) assume as seguintes formas:

(1) para o filtro gaussiano

$$\sigma_V^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1,2}}{1 - \Omega_0} \frac{I_3}{I_1}, \quad (5.10.1)$$

com

$$I_3 = \int_0^{\infty} \frac{k \cdot \exp(-k^2/2k_0^2) dk}{(1 + ak + bk^{1,5} + ck^2)^2} \quad (5.10.2)$$

e

$$I_1 = \frac{3}{R^3} \int_0^{\infty} \frac{[\exp(-k^2/2k_0^2)] \cdot [\text{sen}(kR) - kR\text{cos}(kR)] dk}{(1 + ak + bk^{1,5} + ck^2)^2} \quad (5.10.3)$$

para $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$, a , b e c dadas na eq. (5.6.20) e k_0 dado em (5.9.3); ou

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1,2}}{1 - \Omega_0} \frac{I_3}{I_2} \quad (5.10.4)$$

onde

$$I_2 = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} \frac{k^2 \cdot [\exp(-k^2/2k_0^2)] \cdot \text{sen}(kR) dk}{(1 + ak + bk^{1,5} + ck^2)^2} \quad (5.10.5)$$

para $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$.

(ii) para o filtro exponencial

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1,2}}{1 - \Omega_0} \frac{I'_3}{I'_1} \quad (5.10.6)$$

com

$$I'_1 = \frac{3}{R^3} \int_0^{\infty} \frac{[\exp(-k/k_0)] \cdot [\text{sen}(kR) - kR\text{cos}(kR)] dk}{(1 + ak + bk^{1,5} + bk^2)^2} \quad (5.10.7)$$

e

$$I'_3 = \int_0^{\infty} \frac{k \cdot [\exp(-k/k_0)] dk}{(1 + ak + bk^{1,5} + ck^2)^2} \quad (5.10.8)$$

para $R = 8h^{-1} \text{Mpc}$ e k_0 dado em (5.9.5); ou

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1.2}}{1 - \Omega_0} \frac{I'_3}{I'_2} \quad (5.10.9)$$

onde

$$I'_2 = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} \frac{k^2 \cdot [\exp(-k/k_0)] \cdot \text{sen}(kR) dk}{(1 + ak + bk^{1.5} + ck^2)^2} \quad (5.10.10)$$

para $R = 5h^{-1} \text{Mpc}$.

Para resolver estas integrais efetuamos, por conveniência, uma mudança de variáveis. Considerando $k/k_0 = \text{tgy}$ e $dk = k_0(1 + \text{tg}^2 y)dy$, os limites de integração passam de $[0, \infty)$ para $[0, \pi/2]$.

Admitindo para Ω_0 os valores 0,01, 0,02, 0,05, 0,1, 0,2, 0,5 e 0,9, calculamos σ_v . Os resultados encontrados demonstraram que, neste caso, não há uma variação significativa nos valores da dispersão quando se adota um ou outro método de normalização ou quando se emprega um ou outro filtro. A maior diferença entre os valores inferiores de σ_v não ultrapassa os 7% ($\sigma_v = 308,8 \text{ km.s}^{-1}$ para $\Omega_0 = 0,01$, $R = 8 h^{-1} \text{Mpc}$ e filtro gaussiano; e, $\sigma_v = 288,6 \text{ km.s}^{-1}$ para $\Omega_0 = 0,01$, $R = 5h^{-1} \text{Mpc}$ e filtro exponencial). Para os valores superiores de σ_v , a diferença não chega a 3% ($\sigma_v = 2288,6 \text{ km.s}^{-1}$ para $\Omega_0 = 0,9$, $R = 5 h^{-1} \text{Mpc}$ e filtro gaussiano; e, $\sigma_v = 2353,3 \text{ km.s}^{-1}$ para $\Omega_0 = 0,9$, $R = 8h^{-1} \text{Mpc}$ e filtro exponencial).

Para exemplificar o modelo considerado, escolhemos uma das alternativas acima descritas. A curva C da Fig (V.2) representa o comportamento de σ_v para o caso em que o filtro adotado é o exponencial e a técnica de normalização é a que faz $\xi = 1$ para $R = 5h^{-1} \text{Mpc}$.

Podemos notar que à medida que Ω_0 diminui, o valor de σ_v se aproxima dos valores observacionais [324,1 e 379,3 km.s^{-1} , com e sem a inclusão do Grande Atrator, respectivamente, representados pelas retas A e B na Fig. (V.2)]. Nesta comparação podemos estimar para Ω_0 o intervalo entre 0,04 e 0,11, aproximadamente. Daqui para frente as retas A e B corresponderão sempre aos valores observacionais de σ_v .

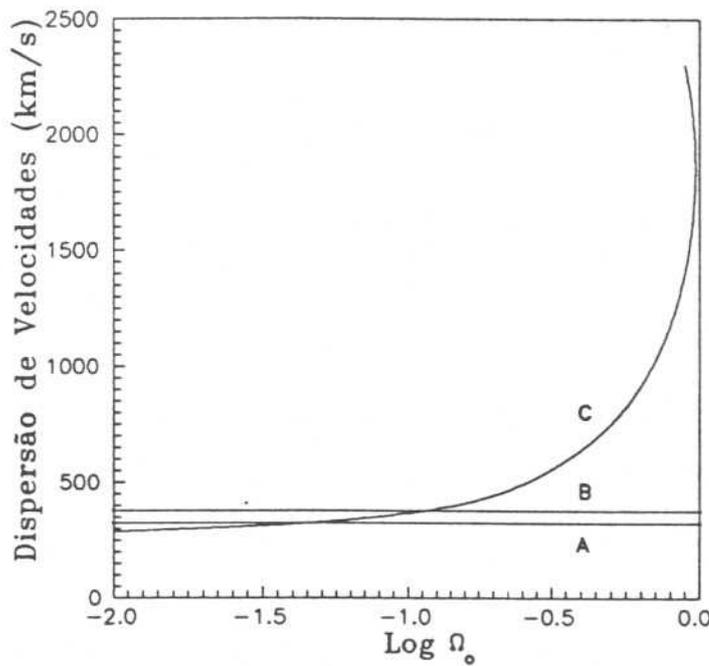


Fig. (v.2)- σ_v versus Ω_0 . Modelo adiabático com matéria escura fria considerando o filtro exponencial e $\xi = 1$ para $R = 5h^{-1}$ Mpc. [Função de transferência dada pela eq. (5.6.20)].

Um outro diagrama é apresentado na Fig (V.3). Agora um gráfico de σ_v versus $(\Omega_0 h^2)$, parametrizado em Ω_0 , mostra o comportamento da dispersão de velocidades para diferentes valores de Ω_0 . A eq. (5.8.18), modificada para esta finalidade, torna-se

agora

$$\sigma_v^2 = 10^4 \frac{\Omega_0^{0,2}}{1 - \Omega_0} \frac{4\pi A}{V} \left[\int_0^\infty kF(k)T^2(k)dk \right] (h^2\Omega_0) \quad (5.10.11)$$

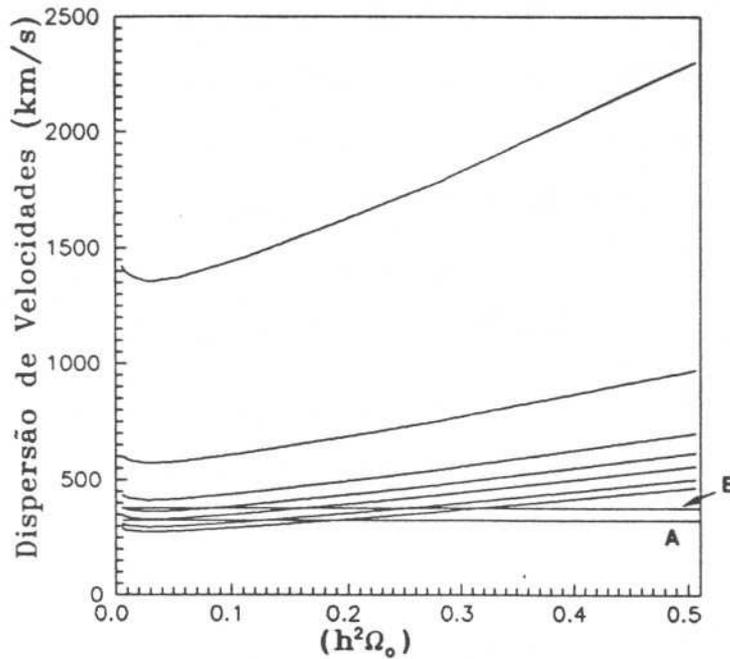


Fig. (V.3)- σ_v versus $(\Omega_0 h^2)$ Modelo adiabático com matéria escura fria, considerando o filtro exponencial e $\xi = 1$ para $R=5h^{-1}$ Mpc. As sete curvas correspondem aos valores de Ω_0 entre 0,01 e 0,9, em ordem crescente de baixo para cima.

Novamente, como não poderia deixar de ser, notamos que não há uma variação significativa entre as diferentes alternativas consideradas. O caso que mais se aproxima das observações é o que considera o filtro exponencial e $R = 5h^{-1}$ Mpc. Neste gráfico podemos observar compatibilidades entre os valores teóricos e observacionais de σ_v diretamente das curvas correspondes a $\Omega_0 =$

0,01, 0,02, 0,05 e 0,1. Os valores de h relacionados com estes valores de Ω_0 são, respectivamente, 5,65 e 4,28 (sem e com Grande Atrator); 3,56 e 2,50 (sem e com Grande Atrator); 1,8 e 0,91. Notamos portanto que para os valores esperados de h (entre 0,4 e 1,0) o valor estimado para Ω_0 é aproximadamente 0,1.

Se considerarmos para a função de transferência, a eq. (5.6.17) ao invés da eq. (5.6.20), notaremos agora algumas alterações nos resultados. Os limites inferiores das dispersões de velocidades são neste caso menores que os obtidos anteriormente. Além disso, a diferença entre estes valores é representativa, podendo chegar a cerca de 22,5% ($\sigma_v = 135,7 \text{ km.s}^{-1}$ para $\Omega_0 = 0,01$, $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$ e filtro exponencial; e $\sigma_v = 166,3 \text{ km.s}^{-1}$ para $\Omega_0 = 0,01$, $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$ e filtro gaussiano). A Fig. (V.4) ilustra estes dois casos através das curvas designadas pela letra C.

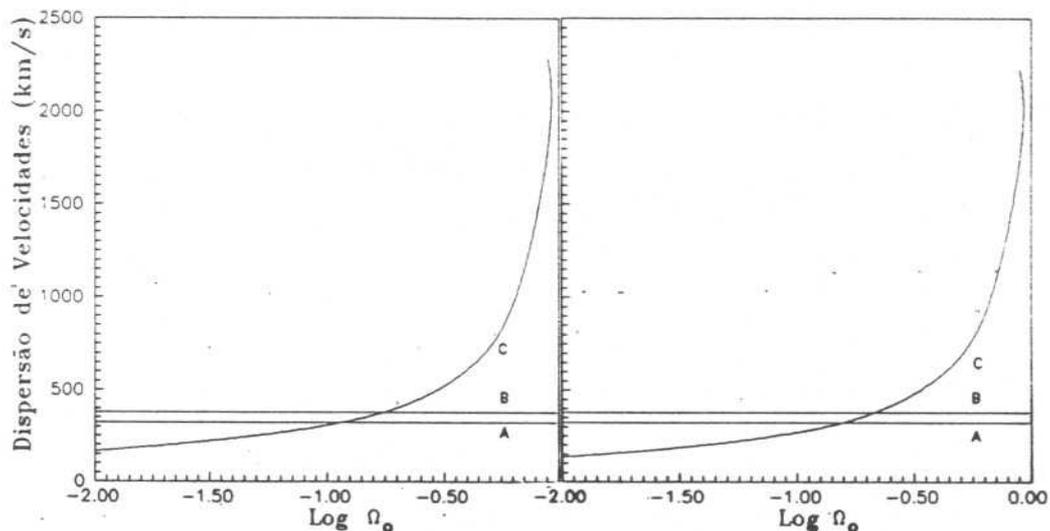


Fig. (V.4)- σ_v versus Ω_0 . Modelos adiabáticos com matéria escura fria considerando (a) filtro exponencial e (b) filtro gaussiano.

[Função de transferência dada pela eq. (5.6.17)].

A comparação entre os valores observacionais e teóricos de σ_v podem fornecer, neste caso, uma estimativa para Ω_0 . Diretamente da Fig. (V.4a) obtemos $\Omega_0 \cong 0,12$ para o caso em que o Grande Atrator é considerado e $\Omega_0 \cong 0,17$ para o caso contrário. Já para o filtro gaussiano [Fig. (V.4b)], os valores de Ω_0 são aproximadamente 0,15 e 0,21, com e sem Grande Atrator, respectivamente.

Os diagramas de σ_v versus $(\Omega_0 h^2)$ também podem nos revelar alguns resultados interessantes [(Fig. (V.5))].

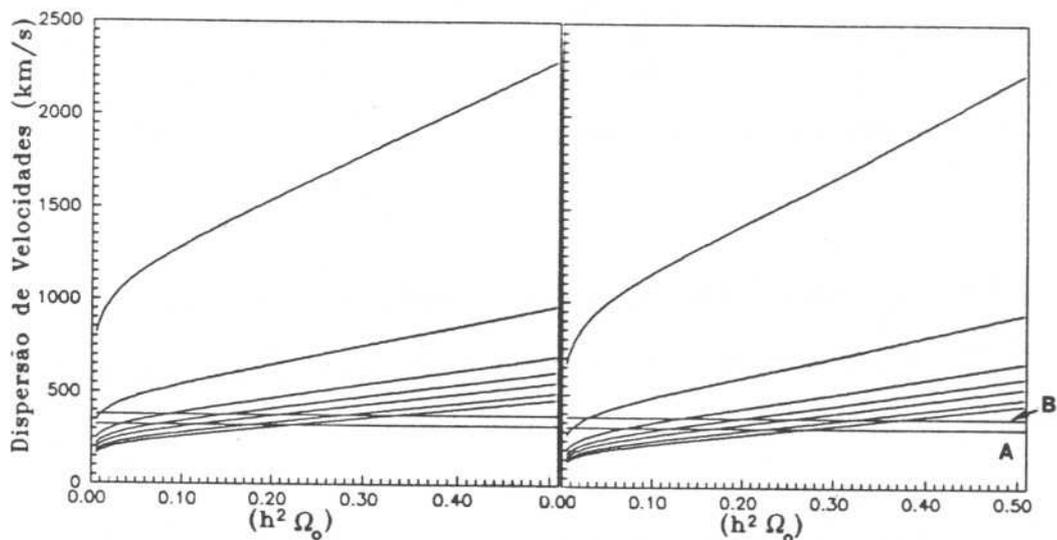


Fig.V.5- Modelo adiabático com matéria escura fria, considerando (a) filtro exponencial e (b) filtro gaussiano.

[Função de transferência dada pela eq. (5.6.17)].

Nas alternativas com filtro exponencial [Fig. (V.5a)], compatibilidades entre os valores teóricos e observacionais de σ_v foram observadas para os valores de $\Omega_0 = 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2$ e $0,5$ (seis primeiras curvas de baixo para cima). Para os

casos com filtro gaussiano [Fig. (V.5b)], tais compatibilidades são também observadas para as curvas correspondentes aos mesmos valores de Ω_0 . Uma análise direta destas figuras revela os seguintes resultados para o valor de h (Tab.5.1).

Tabela 5.1 - Parâmetro de Hubble ($h=H/100$)

Ω_0	Filtro exponencial		Filtro gaussiano	
	Sem G. A.	Com G. A.	Sem G. A.	Com G. A.
0,01	5,78	4,70	6,08	5,20
0,02	3,67	2,96	4,00	3,32
0,05	2,05	1,54	2,26	1,82
0,10	1,23	0,86	1,41	1,09
0,20	0,66	0,41	0,82	0,59
0,50	0,15	-	0,24	0,16

Podemos notar, portanto, que para valores de Ω_0 entre 0,10 e 0,20, os correspondentes valores de h se encontram no intervalo esperado (0,4 - 1,0).

Modelo de Isocurvatura com Matéria Escura Fria

O segundo modelo analisado foi o modelo de isocurvatura com matéria escura fria. A função de transferência, dada pela eq. (5.6.19), substituída na eq. (5.8.18) fornece, neste caso,

(i) para o filtro gaussiano

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_o^{1,2}}{1 - \Omega_o} \frac{I_6}{I_4} , \quad (5.10.12)$$

com

$$I_6 = \int_0^\infty \frac{k \cdot [\exp(-k^2/2k_o^2)] dk}{[1 + (ak + bk^{1,5} + ck^2)^{1,24}]^{1,61}} , \quad (5.10.13)$$

onde $a = 15,0/(\Omega_o h^2)$, $b = 0,8/(\Omega_o h^2)^{1,5}$ e $c = 31,4/(\Omega_o h^2)^2$; e

$$I_4 = \frac{3}{R^3} \int_0^\infty \frac{[\exp(-k^2/2k_o^2)] \cdot [\text{sen}(kR) - kR\text{cos}(kR)] dk}{[1 + (ak + bk^{1,5} + ck^2)^{1,24}]^{1,61}} , \quad (5.10.14)$$

para $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$ e k_o dado pela eq. (5.9.3); ou

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_o^{1,2}}{1 - \Omega_o} \frac{I_6}{I_5} , \quad (5.10.15)$$

onde

$$I_5 = \frac{1}{R} \int_0^\infty \frac{k^2 \cdot [\exp(-k^2/2k_o^2)] \cdot \text{sen}(kR) dk}{[1 + (ak + bk^{1,5} + ck^2)^{1,24}]^{1,61}} , \quad (5.10.16)$$

para $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$.

(ii) para o filtro exponencial

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_o^{1,2}}{1 - \Omega_o} \frac{I'_6}{I'_4} , \quad (5.10.17)$$

com

$$I'_6 = \int_0^{\infty} \frac{k \cdot [\exp(-k/k_0)] dk}{[1 + (ak + bk^{1,5} + ck^2)^{1,24}]^{1,61}} \quad (5.10.18)$$

e

$$I'_4 = \frac{3}{R^3} \int_0^{\infty} \frac{[\exp(-k/k_0)] \cdot [\text{sen}(kR) - kR\text{cos}(kR)] dk}{[1 + (ak + bk^{1,5} + ck^2)^{1,24}]^{1,61}} \quad (5.10.19)$$

para $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$ e k_0 dado pela eq. (5.9.5), ou

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1,2}}{1 - \Omega_0} \frac{I'_6}{I'_5} \quad (5.10.20)$$

onde

$$I'_5 = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} \frac{k^2 \cdot [\exp(-k/k_0)] \cdot \text{sen}(kR) dk}{[1 + (ak + bk^{1,5} + ck^2)^{1,24}]^{1,61}} \quad (5.10.21)$$

para $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$.

Fazendo Ω_0 variar entre 0,01 e 0,9, calculamos σ_v e notamos que os resultados encontrados revelam valores muito maiores que os obtidos para o modelo anterior. Novamente as diferenças entre se considerar um ou outro filtro e se adotar uma ou outra técnica de normalização, não afetam os resultados de modo considerável. Os menores valores de σ_v para $\Omega_0 = 0,01$ variam entre $666,0 \text{ km.s}^{-1}$ para o filtro exponencial, com $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$, e $692,0 \text{ km.s}^{-1}$ para o filtro gaussiano, com $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$ [Fig.(V.6)]. Tais resultados devem indicar que este modelo não é, provavelmente, o mais adequado para explicar os resultados observacionais.

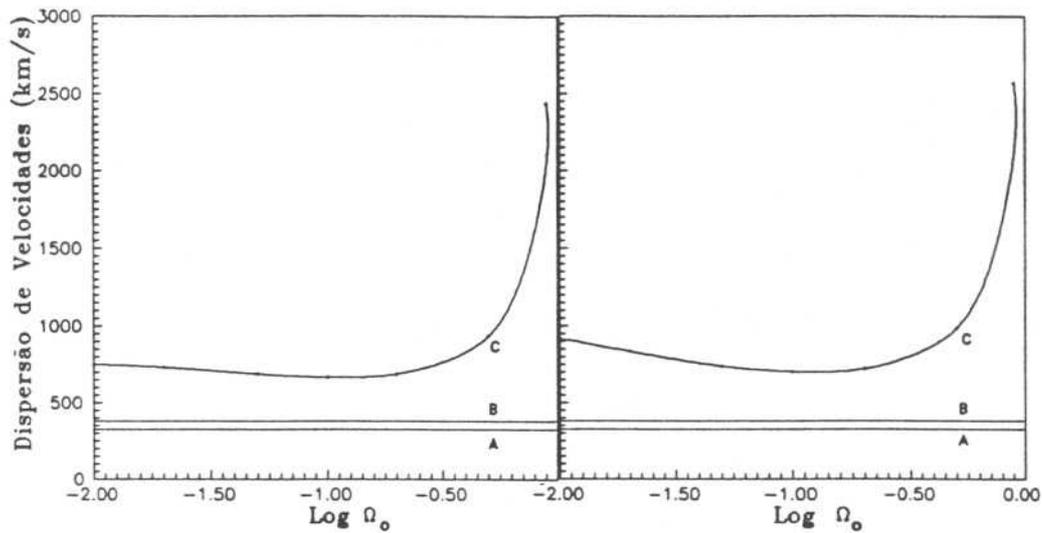


Fig.V.6 - σ_v versus Ω_0 . Modelo de isocurvatura com matéria escura fria, considerando os filtros (a) exponencial e (b) gaussiano.

Modelo Adiabático com Matéria Escura Quente

Para o modelo adiabático com matéria escura quente, duas funções de transferência foram utilizadas. Primeiramente, considerando a eq. (5.6.18), passamos a ter o seguinte conjunto de equações:

(i) para o filtro gaussiano

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1,2}}{1 - \Omega_0} \frac{I_9}{I_7} , \quad (5.10.22)$$

com

$$I_9 = \int_0^\infty k \cdot [\exp(-k^2/2k_0^2)] \cdot [\exp(-ak - bk^2)]^2 dk , \quad (5.10.23)$$

onde $a = 3,9/(\Omega_0 h^2)$ e $b = 2,1/(\Omega_0 h^2)^2$, e

$$I_7 = \frac{3}{R^3} \int_0^\infty [\exp(-k^2/2k_0^2) \cdot [\text{sen}(kR) - kR \cos(kR)] \cdot [\exp(-ak - bk^2)]^2 dk \quad (5.10.24)$$

para $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$ e k_0 dado pela eq. (5.9.3); ou

$$\langle \sigma_v^2 \rangle = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1,2}}{1 - \Omega_0} \frac{I_9}{I_8} , \quad (5.10.25)$$

onde

$$I_8 = \frac{1}{R} \int_0^\infty k^2 \cdot [\exp(-k^2/2k_0^2)] \cdot \text{sen}(kR) \cdot [\exp(-ak - bk^2)]^2 dk \quad (5.10.26)$$

para $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$.

(ii) para o filtro exponencial

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1,2}}{1 - \Omega_0} \frac{I'_9}{I'_7} , \quad (5.10.27)$$

com

$$I'_9 = \int_0^\infty k \cdot [\exp(-k/k_0)] \cdot [\exp(-ak - bk^2)]^2 dk , \quad (5.10.28)$$

e

$$I'_7 = \frac{3}{R^3} \int_0^{\infty} [\exp(-k/k_0) \cdot [\text{sen}(kR) - kR \cos(kR)] \cdot [\exp(-ak - bk^2)]^2 dk, \quad (5.10.29)$$

para $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$ e k_0 dado pela eq. (5.9.5); ou

$$\sigma_v^2 = h^2 \times 10^4 \frac{\Omega_0^{1,2}}{1 - \Omega_0} \frac{I'_9}{I'_8}, \quad (5.10.30)$$

onde

$$I'_8 = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} k^2 \cdot [\exp(-k/k_0)] \cdot \text{sen}(kR) \cdot [\exp(-ak - bk^2)]^2 dk, \quad (5.10.31)$$

para $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$.

As dispersões de velocidades, obtidas através destas equações, são agora bem maiores que as encontradas para os modelos anteriores. Os resultados das eqs. (5.10.22), (5.10.25), (5.10.27) e (5.10.30) são praticamente iguais para os menores valores de Ω_0 . Para o filtro gaussiano, com $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$, $\sigma_v = 3605,3 \text{ km.s}^{-1}$, para $\Omega_0 = 0,01$. Este não é, entretanto, o menor valor da dispersão de velocidades. À medida que Ω_0 aumenta, σ_v diminui, atingindo seu valor mínimo ($\sigma_v \cong 1050 \text{ km.s}^{-1}$) para $\Omega_0 \cong 0,4$ [Curva C na Fig. (V.7)]. A partir daí, σ_v volta a crescer.

Usando a função de transferência dada pela eq. (5.6.20), as eqs. (5.10.22) - (5.10.31) são modificadas. O termo $\exp[-ak - bk^2]$ deve ser substituído por $\exp[-4,61(k/k_v)]^{1,5}$. Neste caso os resultados obtidos são análogos aos anteriores. O menor valor de σ_v (aproximadamente 1000 km.s^{-1}) também corresponde a $\Omega_0 \cong 0,4$ para o filtro gaussiano, com $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$ [Curva C na Fig. (V.8)].

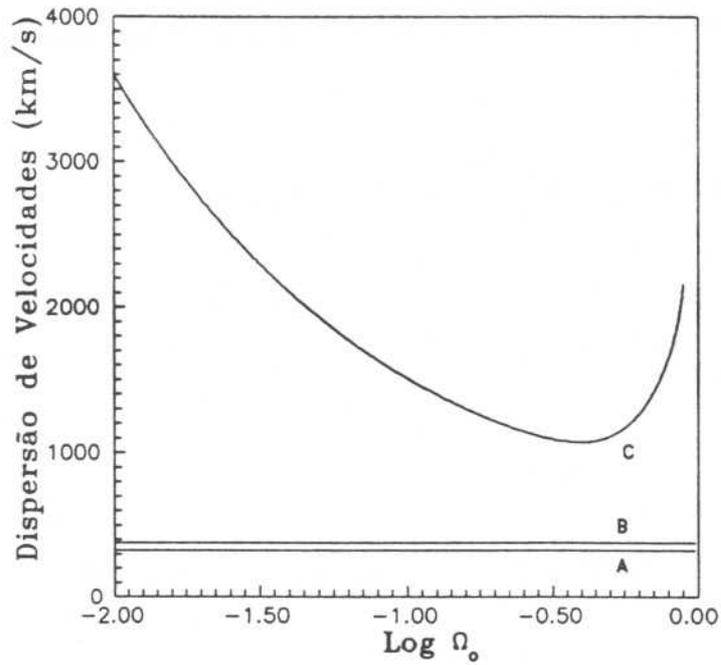


Fig.V.7- σ_v versus Ω_0 . Modelo adiabatico com materia escura quente considerando o filtro gaussiano e a eq.(5.6.18) para a função de transferência.

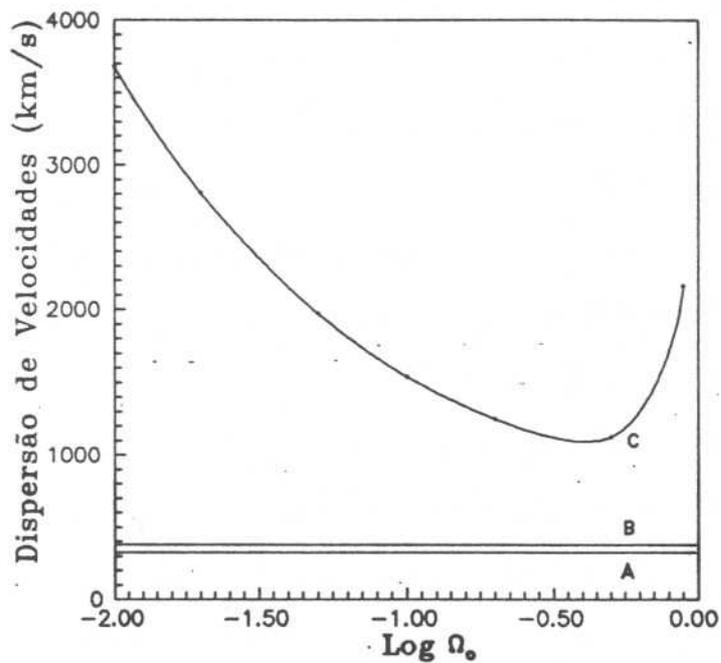


Fig.V.8- σ_v versus Ω_0 . Modelo adiabatico com materia escura quente usando filtro gaussiano e a função de transferência $T = \exp[-4,61(k/k_v)]^{1,5}$

No diagrama de σ_v versus $(\Omega_0 h^2)$ [Fig.(V.9)] para $\Omega_0 = 0,01, 0,02, 0,05, 0,1$ e $0,2$, observamos que no modelo adiabático com matéria escura quente, os menores valores de σ_v correspondem a grandes valores de $(\Omega_0 h^2)$ e, conseqüentemente, a valores de h muito acima dos esperados.

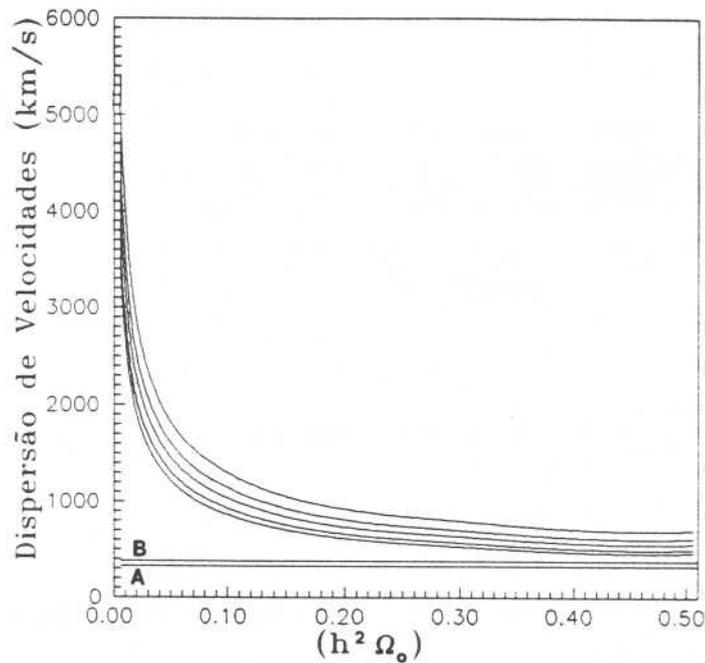


Fig.V.9- σ_v versus $(\Omega_0 h^2)$. Modelo adiabático com matéria escura quente.

Por outro lado, a Fig.(V.10), que ilustra o modelo de isocurvatura com matéria escura fria, indica que os valores de h , correspondentes às menores dispersões de velocidades, são bem menores, embora ainda muito acima dos valores esperados.

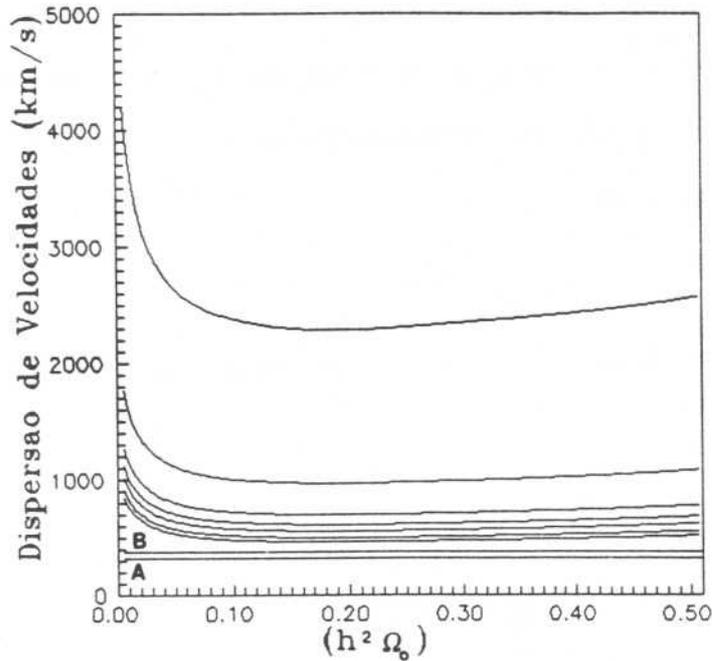


Fig.V.10- σ_v versus $(\Omega_0 h^2)$. Modelo de isocurvatura com matéria escura fria.

Para concluir a análise que nos propusemos desenvolver, traçamos finalmente o diagrama de σ_v versus h (Fig.V.11). Fixando para Ω_0 o valor estimado na Sec.4.10 ($\Omega_0 = 0,12 \pm 0,03$), foram obtidas as curvas referentes aos modelos adiabático com matéria escura fria com as funções de transferências dadas pelas equações (5.6.20) [curva A] e (5.6.17) [curva B], e de isocurvatura com matéria escura fria [curva C].

Para o intervalo de σ_v correspondente ao valor estimado de Ω_0 ($\sigma_v = 351,7 \pm 75,6 \text{ km.s}^{-1}$) e adotando para h_0 o intervalo $0,4 < h_0 < 1,0$, podemos observar que a região limitada por estes valores é atravessada pelas curvas A e B (tabela 5.2).

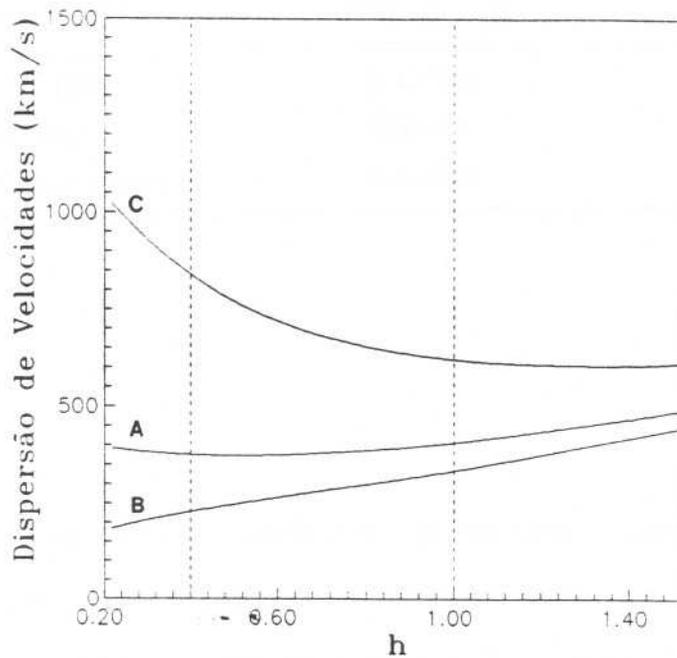


Fig.V.11- (a) σ_v versus h para $\Omega_0 = 0,12 \pm 0,03$.

Na tabela 5.2 listamos os intervalos aproximados de σ_v obtidos para cada modelo. Em todos os casos foram considerados o filtro exponencial e a normalização com $\xi = 1$ para $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$. Embora as diferenças entre se adotar este filtro ou o gaussiano, assim como esta técnica de normalização ou a que considera $\Delta^2 = 1$ para $R = 8h^{-1} \text{ Mpc}$, sejam praticamente desprezíveis, uma ligeira preferência pelo filtro exponencial e pela normalização de ξ em $R = 5h^{-1} \text{ Mpc}$ pode ser notada (neste caso obtém-se valores menores para σ_v).

Tabela 5.2 - Dispersão de Velocidades para $\Omega_0 = 0,12 \pm 0,03$ e $0,40 < h_0 < 1,00$

Modelo	σ_v (km. s ⁻¹)	Situação
B	225-325	compatível
A	375-410	compatível
C	625-845	fortemente excluído

5.11- Discussões

Neste capítulo procuramos verificar quais modelos para matéria escura, baseados na teoria de perturbação linear, são compatíveis com o modelo por nós adotado para o cálculo de σ_v , e consequentemente de Ω_0 , no regime não linear.

Na terceira coluna da tabela 5.2 descrevemos a situação de cada modelo comparativamente aos resultados obtidos no Cap.4 ($\sigma_v = 351,7 \pm 75,6$, $\Omega_0 = 0,12 \pm 0,03$). Tanto nesta abordagem como nas duas anteriores, mais quais se pretendeu estudar o comportamento da dispersão de velocidades com Ω_0 e h , podemos observar que o modelo adiabático com matéria escura fria parece ser o que mais se aproxima dos nossos resultados. Além disso, a estimativa para Ω_0 , obtida a partir da análise das figs. V.2, V.3, V.4 e V.5, indica o intervalo entre 0,1 e 0,2 para Ω_0 , compatível portanto com o valor estimado através do método desenvolvido no capítulo 4. Os modelos de isocurvatura com matéria escura fria e o adiabático com matéria escura quente são excluídos nesta análise como prováveis candidatos.

6- CONCLUSÕES

O método desenvolvido neste trabalho para o cálculo da dispersão tri-dimensional de velocidades de uma amostra de galáxias elípticas resultou nos valores de $379,3 \pm 39,1 \text{ km.s}^{-1}$, para o caso em que as correções devido ao modelo do Grande Atrator não são consideradas (caso I), e $324,1 \pm 36,5 \text{ km.s}^{-1}$ para o caso contrário (caso II).

Analisando estes resultados verificamos que a inclusão do modelo do Grande Atrator provocou apenas uma ligeira redução na dispersão de velocidades. Considerando os intervalos previstos pelas análises dos erros, uma concordância entre estes valores pode inclusive ser observada.

A comparação entre estas dispersões de velocidades e as encontradas por *Hale-Sutton & outros (1989)* [$\sigma_v = 290 \pm 70 \text{ km.s}^{-1}$ na linha de visada] que usaram metodologia e amostra completamente diferentes, indicam a consistência de nossos resultados.

Para calcular as dispersões de velocidades das galáxias, o prévio conhecimento de suas distâncias se fez necessário. Com este objetivo foi utilizado como indicador de distâncias a relação $M = \alpha + \beta \log R_e + \gamma \log \sigma$. É interessante aqui mencionar o alto grau de correlação encontrado entre as variáveis desta relação (entre 83% e 92%). Este fato revela a importância de se considerar estes parâmetros (magnitude, raio efetivo e dispersão de velocidades centrais) como integrantes do plano fundamental cujas equações são usadas para se estimar as distâncias galácticas.

Através da equação não linear para a energia cósmica, os

valores da dispersão de velocidades permitiram obter para o parâmetro de densidade o valor $\Omega_0 = 0,12 \pm 0,03$. Novamente o resultado de *Hale-Sutton & outros* ($0,18 \pm 0,09$) demonstra a concordância entre os valores comparados.

Obviamente pode-se notar que o parâmetro de densidade é apenas ligeiramente afetado pela inclusão do Grande Atrator. Este resultado se opõe ao obtido por *Heavens* (1991). Segundo este autor, a presença do Grande Atrator impõe severas limitações no valor de Ω . Usando uma técnica de máxima verossimelhança *Heavens* aponta valores entre 0,7 e 1,5 para o parâmetro de densidade e considera o modelo de universo dominado por matéria escura não bariônica como altamente provável. A opinião de *Stavey-Smith & Davies* (1989), entretanto, é completamente oposta. Para eles não há alteração significativa em Ω_0 quando se levam em conta campos de velocidades em grandes escalas. Estas conclusões reforçam novamente nossos resultados.

Na verdade, questionamentos a respeito do Grande Atrator tem sido levantados por alguns autores. Apesar de *Lynden-Bell & outros* (1988) e *Dressler & Faber* (1990) apostarem na sua existência, *Mathewson & outros* (1992) acreditam que tal concentração de massa não deve existir. Para eles, tanto as galáxias da frente como as de trás do suposto Grande Atrator partilham de um movimento global de recessão. Uma rápida discussão sobre estas divergências foi publicada recentemente por *Lindley* (1992). Segundo este autor, a situação se complica ainda mais se os resultados de *Willick* (1990) forem incluídos na análise. Estes resultados de referem ao levantamento das galáxias do aglomerado de Parseus-Pisces (no lado oposto de Centaurus e do Grande Atrator) para as quais *Willick*

atribuiu um movimento na direção do Grupo Local, ou seja, na mesma direção do movimento achado por *Mathewson & outros*. Tais conclusões parecem indicar que todas as galáxias da região considerada estão atravessando o universo com uma velocidade maior do que 500 km.s^{-1} e permitem especular sobre a possível existência de um atrator ainda maior e mais distante.

A discussão, no entanto, não termina aí. *Dressler & Faber* (1990) acreditam que os seus resultados estão de acordo com os de *Mathewson & outros*, desde que estes últimos sejam corrigidos de modo a eliminar quaisquer efeitos sistemáticos dependentes das velocidades radiais. Feitas estas correções pode-se mostrar que a configuração do movimento é em direção de um centro relativamente próximo, não constituindo portanto um fluxo global.

À parte o questionamento sobre o Grande Atrator, algumas conclusões a respeito do modelo de universo podem ser analisadas. Nossos resultados para o parâmetro de densidade estão em concordância com os métodos que consideram o movimento peculiar do Grupo Local na direção de Virgem e com os que utilizam o teorema do Virial Cósmico. Em particular, se aceitarmos uma origem primordial para os elementos leves, notaremos que o intervalo de densidade bariônica calculado com base na nucleossíntese destes elementos é compatível com nossos resultados e implica num universo no qual a maior parte da densidade de energia se deve à matéria bariônica. A hipótese de um modelo não inflacionário no qual uma fração importante da matéria escura é bariônica não pode, portanto, ser excluída.

Por outro lado, a comparação entre nossos resultados e os modelos teóricos sugeridos por outros autores revela uma maior

compatibilidade com o modelo adiabático com matéria escura fria da cosmologia não inflacionária. Os recentes dados obtidos pelo satélite COBE (*Silk, 1992*) parecem reforçar esta hipótese, mas ainda é muito cedo para se chegar a uma conclusão definitiva. A amplitude das flutuações cósmicas observadas está de acordo com as flutuações de densidade previstas teoricamente para dar conta da formação das estruturas de grande escala, considerando-se o modelo com matéria escura fria num universo de densidade crítica, sem a suposição de uma distribuição com viés da matéria luminosa em relação à matéria escura. Fazendo uma análise crítica sobre estas considerações, *Silk* chama a atenção para o fato de que este modelo não é adequado para pequenas escalas onde se prevê forças gravitacionais intensas. Se estes efeitos forem corrigidos, ainda assim não se resolve o problema, pois neste caso o modelo com matéria escura fria passa a não funcionar em grandes escalas.

Para concluir devemos ressaltar a importância que a determinação do parâmetro de densidade tem no contexto da cosmologia moderna. Em poucas palavras podemos dizer que a solução desta difícil tarefa significará mais um passo dado na direção de uma possível resposta para uma das questões mais instigantes da teoria de modelos de universo: recolapso ou expansão para sempre. Neste sentido, como o título deste trabalho sugere, nosso objetivo é acrescentar uma contribuição para a determinação do parâmetro de densidade cosmológica e tentar indicar alguns caminhos para a solução desta e de outras questões.

Na execução deste projeto algumas idéias alternativas surgiram espontaneamente e poderão servir como base para futuros trabalhos. Uma primeira sugestão, por exemplo, seria a ampliação

da amostra e a inclusão de galáxias espirais na análise. Nesta abordagem a relação de Tully-Fisher para a determinação das distâncias galáticas deverá ser considerada e nosso método poderá ser mais uma vez testado.

Uma outra sugestão que também servirá como teste para a metodologia empregada consiste na elaboração de uma amostra simulada de galáxias. De posse deste "catálogo" simulado todos os parâmetros do problema poderão ser controlados e eventuais modificações no modelo serão introduzidas.

No que concerne à comparação entre as observações e os modelos teóricos existentes, há uma gama de modelos que não foram abordados neste trabalho mas que podem ser incluídos numa futura análise. Modelos com outros tipos de matéria escura ou com diferentes espectros de flutuações primordiais são alternativas que merecem ser consideradas.

REFERÊNCIAS

- AARONSON, M.; HUCHRA, J. & MOULD, J. R. (1979) *Ap. J.*, **229**, 1.
- AARONSON, M.; HUCHRA, J.; MOULD, J. R.; SCHECHTER, P. L. & TULLY, R. B. (1982) *Ap. J.*, **258**, 64.
- AARONSON, M.; BOTHIM, G. D.; CORNELL, M. E.; DAWE, J. A.; DICKENS, R. J.; HALL, P. J.; SHENG, H. M.; HUCHRA, J. P.; LUCEY, J. R.; MOULD, J. R.; MURRAY, J. D.; SCHOMMER, R. A. & WRIGHT, A. E. (1989) *Ap. J.*, **338**, 654.
- ARP, H. C.; BURBIDGE, G.; HOYLE, F.; NARLIKAR, J. V. & WICKRAMASINGHE, N. C. (1990) *Nature*, **346**, 807.
- AUDOUZE, J. (1982) em *Astrophysical Cosmology*, eds. Bruck, H. A.; Coyne, G. V. & Longair, M. S. p. 395 (Pontificia Academia Scientiarum Scripta Varia).
- AUDOUZE, J. (1984) em *Large Scale Structure of the Universe, Cosmology and Fundamental Physics*, eds. Setti, G. & van Hove, L. p. 293 (Geneva, Proc. 1st. ESO-CERN Symp.).
- AUDOUZE, J. (1986) em *Nucleosynthesis and Chemical Evolution*, eds. Audouze, J.; Chiosi, C. & Woosley, S. E. p. 431 (Geneva, 16th Advanced Course of the Swiss Society of Astronomy and Astrophysics).
- BACHALL, J. (1984) *Ap. J.*, **287**, 926.
- BARDEEN, J. M.; BOND, J. R.; KAISER, N. & SZALAY, A. S. (1986) *Ap. J.*, **304**, 15.
- BARNES, J. (1985) *MNRAS*, **215**, 517.
- BEAN, A. J.; EFSTATHIOU, G.; ELLIS, R. S.; PETERSON, B. A. & SHANKS, T. (1983) *MNRAS*, **204**, 615.
- BERTSCHINGER, E. & DEKEL, A. (1989) *Ap. J.*, **336**, L5.
- BEVINGTON, P. R. (1969) em *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences* (N. Y.: Mc Graw-Hill Book Company).
- BOESGAARD, A. M. & STEIGMAN, G. (1985) *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **23**, 319.
- BOND, J. R.; CENTRELLA, J.; SZALAY, A. S. & WILSON, J. R. (1983) em *Proc. of 1983 Moriond Conf.*, eds. Audouze, J. & Tran Thanh Van, J. p. 87 (Dordrecht: Reidel).
- BOND, J. R. & SZALAY, A. S. (1983) *Ap. J.*, **274**, 443.
- BÖRNER, G. (1988) em *The Early Universe: Facts and Fiction* (Berlin:

- Springer-Verlag).
- BOSMA, A. (1978) Dissertação de Doutorado, Univ. de Groningen.
- BRANDT, J. C. (1960) *Ap. J.*, **131**, 293.
- BRIGGS, H. (1986) *Ap. J.*, **300**, 613.
- BRUNO, R. & PACHECO, J. A. DE FREITAS (1992) em *Cosmology and Large-Scale Structure in the Universe*, ASP Conference Series, ed. de Carvalho, R. R. p. 173.
- BURSTEIN, D.; DAVIES, R. L.; DRESSLER, A.; FABER, S. M.; STONE, R. P. S.; LYNDEN-BELL, D.; TERLEVICH, R. J. & WEGNER, G. (1987) *Ap. J. Suppl.*, **64**, 601.
- BUTCHER, H. R. (1987) *Nature*, **328**, 127.
- CADITZ, D. & PETROSIAN, V. (1989) *Ap. J.*, **337**, L65.
- CARTER, D. (1977) *MNRAS*, **178**, 137.
- CONTOPOULOS, G. & KOTSAKIS, D. (1987) em *Cosmology: The Structure and Evolution of the Universe* (Berlin: Springer-Verlag).
- COREY, B. E. & WILKINSON, D. T. (1976) *BAAS* **8**, 351.
- DAVIES, R. L.; BURSTEIN, D.; DRESSLER, A.; FABER, S. M.; FABER, S. M.; LYNDEN-BELL, D.; TERLEVICH, R. J. & WEGNER, G. (1987) *Ap. J. Suppl.*, **64**, 581.
- DAVIS, M.; EFSTATHIOU, G.; FRENK, C. S. & WHITE, S. D. M. (1985) *Ap. J.*, **292**, 371.
- DAVIS, M.; EFSTATHIOU, G., FRENK, C. S. & WHITE, S. D. M. (1992) *Nature*, **356**, 489.
- DAVIS, M. & HUCHRA, J. (1982) *Ap. J.*, **254**, 437.
- DAVIS, M. & PEEBLES, P. J. E. (1983a) *Ap. J.*, **267**, 465.
- DAVIS, M. & PEEBLES, P. J. E. (1983b) *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **21**, 109.
- DE CARVALHO, R. R. & DJORGOVSKI, S. (1989) *Ap. J.*, **341**, L37.
- DEKEL, A. & REES, M. J. (1987) *Nature*, **326**, 455.
- DE VAUCOULEURS, G.; DE VAUCOULEURS, A. & CORWIN, H. G. (1976) em *Second Reference Catalog of Bright Galaxies* (Austin: Univ. of Texas).
- DE VAUCOULEURS, G. & OLSON, D. W. (1982) *Ap. J.*, **256**, 346.
- DICKE, R. H. & PEEBLES, P. J. E. (1979) em *General Relativity : An Einstein Centenary Survey*, eds. Hawking, S. W. & Israel, W. p. 504 (Cambridge: Cambridge Univ. Press).

- DJORGOVSKI, S. (1991) em *Morphological and Physical Classification of Galaxies; 5th. OAC (Sant'Agata) Workshop*, eds. Busarello, G.; Longo, G. & Capaccioli, M. "preprint".
- DJORGOVSKI, S. & DAVIS, M. (1986) em *Distances to Galaxies and Deviations from the Universal Expansion*, eds. Madore, B. & Tully, R. B. p.135 (Dordrecht: Reidel).
- DJORGOVSKI, S. & DAVIS, M. (1987) *Ap. J.*, **313**, 59.
- DRESSLER, A. (1978) *Ap. J.*, **223**, 765.
- DRESSLER, A. (1984) *Ap. J.*, **281**, 512.
- DRESSLER, A. (1987) *Ap. J.*, **317**, 1.
- DRESSLER, A. (1989) em *Astronomy : Cosmology and Fundamental Physics; 3rd. ESO/CERN Symp.*, eds. Caffo, M.; Fanti, R.; Giacomelli, G. & Renzini, A. p.23 (Netherlands: Kluwer Academic Publication).
- DRESSLER, A. & FABER, S. M. (1990) *Ap. J.*, **354**, L45.
- DRESSLER, A.; FABER, S. M. & BURSTEIN, D. (1991) *Ap. J.*, **368**, 54.
- DRESSLER, A.; LYNDEN-BELL, D.; BURSTEIN, D.; DAVIES, R. L.; FABER, S. M. & TERLEVICH, R. J. (1987) *Ap. J.*, **313**, 42.
- EFSTATHIOU, G. & BOND, J. R. (1986) *MNRAS*, **218**, 103.
- EFSTATHIOU, G. & BOND, J. R. (1987) *MNRAS*, **227**, 33P.
- EFSTATHIOU, G. & EASTWOOD, J. W. (1981) *MNRAS*, **194**, 503.
- EISNATO, J.; KAASIK, A. & SAAR, E. (1974) *Nature*, **250**, 309.
- EPSTEIN, R. I.; LATTIMER, J. M. & SCHRAMM, D. N. (1976) *Nature*, **263**, 198.
- EVRAARD, A. E. & YAHIL, A. (1985) *Ap. J.*, **296**, 310.
- FABER, S. M. (1987) em *Dark Matter in the Universe*, eds. Kormendy, J. & Knapp, G. R. p.1 (Dordrecht: Reidel).
- FABER, S. M. & BURSTEIN, D. (1988) em *Large Scale Motions in the Universe; Proc. of the Vatican Study Week*, eds. Coyne, G. & Rubin, V. C. (Princeton: Princeton Univ. Press).
- FABER, S. M. & GALLAGHER, J. S. (1979) *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **17**, 135.
- FABER, S. M. & JACKSON, R. E. (1976) *Ap. J.*, **204**, 668.
- FORMAN, W.; JONES, C. & TUCKER, W. (1985) *Ap. J.*, **293**, 102.
- FREEMAN, K. C. (1970) *Ap. J.*, **160**, 811.

- GEISS, J. & REEVES, H. (1972) *Astron. Astrophys.*, **18**, 126.
- GEISS, J. & REEVES, H. (1981) *Astron. Astrophys.*, **93**, 189.
- GELLER, M. & HUCHRA, J. (1983) *Ap. J. Suppl.*, **52**, 61.
- GOTT, J. R.; TURNER, E. L.; AARSETH, S. J. (1979) *Ap. J.*, **234**, 13.
- GUTH, A. H. & PI, S. Y. (1982) *Phys. Rev. Lett.*, **49**, 1110.
- HALE-SUTTON, D.; FONG, R.; METCALFE, N. & SHANKS, T. (1989) *MNRAS*, **237**, 569.
- HEAVENS, A. F. (1991) *MNRAS*, **251**, 267.
- HEISLER, J.; TREMAINE, S. & BAHCALL, J. N. (1985) *Ap. J.*, **298**, 8.
- HUCHRA, J. P. (1986) em *Inner Space/ Outer Space*, eds. Kolb, E. W.; Turner, M. S.; Lindley, D.; Olive, K. & Seckel, D. p.65 (Chicago: Univ. of Chicago Press).
- HUCHRA, J. P.; DAVIS, R. J. & LATHAM, D. W. (1985) em *Clusters and Groups of Galaxies*, eds. Mardirossian, F.; Giurucin, G. & Mezzetti, M. p.79 (Dordrecht: Reidel).
- JONES, C. (1987) em *Nearly Normal Galaxies; Proc. of UCSC Summer Astrophysics Workshop*, ed. Faber, S. M. p.109 (NY: Springer).
- JUNQUEIRA, S. (1986) Dissertação de Mestrado (RJ: Observatório Nacional).
- KAISER, N. (1984) *Ap. J.*, **284**, L9.
- KARACHENTSEV, I. D. (1985) *Sov. Astro.*, **29**, 243.
- KENT, S. M. & GUNN, J. E. (1982) *Astron. J.*, **87**, 945.
- KENT, S. M. & SARGENT, W. L. W. (1983) *Astron. J.*, **88**, 697.
- KOFMAN, L. A. & LINDE, A. D. (1987) *Nucl. Phys. B* **282**, 555.
- KOLB, E. W. & TURNER, M. S. (1990) em *The Early Universe* (Illinois: Addison-Wesley Publ. Company).
- KORMENDY, J. (1977) *Ap. J.*, **218**, 333.
- KRAAN-KORTEWEG, R. C. (1981) *Astron. Astrophys.*, **104**, 280.
- KRISTIAN, J. ; SANDAGE, A. & WESTPHAL, J. A. (1978) *Ap. J.*, **221**, 383.
- KUNT, D. & SARGENT, W. L. W. (1983) *Ap. J.*, **273**, 81.
- LANG, K. R. (1980) em *Astrophysical Formulae* p.504 (Berlin: Springer-Verlag).

- LAWDEN, D.F. (1982) em *An Introduction to the Tensor Calculus, Relativity and Cosmology* p.180 (NY: John Wiley & Sons).
- LILJE, P.B.; YAHIL, A. & JONES, B. J.T. (1986) *Ap. J.*, 307, 91.
- LINDLEY, D. (1992) *Nature*, 356, 657.
- LOH, E.D. & SPILLAR, E. J. (1986) em *The Early Universe: Reprints*, eds. Kolb, E.W. & Turner, M.S. p.63 (Illinois: Addison-Wesley Publ. Company).
- LONGAIR, M.S. (1988) em *Lectures Notes in Physics: Evolution of Galaxies - Astronomical Observations*, eds. Appenzeller, I.; Habing, H. J. & Léna, P. p.1 (Berlin: Springer-Verlag).
- LOWENSTEIN, M. & MATHEWS, W.G. (1987) em *Nearly Normal Galaxies; Proc. of UCSC Summer Astrophysics Workshop*, ed. Faber, S.M. p.88 (NY: Springer).
- LUBIN, P. & VILLELA, T. (1986) em *Galaxies Distances and Deviations from Universal Expansion*, eds. Madore, B.F. & Tully, R.B. p.169 (Boston: Reidel).
- LUCEY, J.R. & CARTER, D. (1988) *MNRAS*, 235, 1177.
- LYNDEN-BELL, D.; FABER, S.M.; BURSTEIN, D.; DAVIES, R.L.; DRESLLER, A.; TERLEVICH, R. J. & WEGNER, G. (1988) *Ap. J.*, 326, 19.
- LYNDEN-BELL, D.; LAHAV, O. & BURSTEIN, D. (1989) *MNRAS*, 241, 325.
- MATHER, J.; CHENG, E.; EPLEE, R.; ISAACMAN, R.; MEYER, S.; SCHAFER, R.; WEISS, R.; WRIGHT, E.; BENNETT, C.; BOGGESS, N.; DWEK, E.; GULKIS, S.; HAUSER, M.; JANSSEN, M.; KELSALL, T.; LUBIN, P.; MOSELEY, S.; MURDOCK, T.; SILVERBERG, R.; SMOOT, G. & WILKINSON, D. (1990) *Ap. J.*, 354, L37.
- MATHEWSON, D. S.; FORD, V.L. & BUCHHORN, M. (1992) *Ap. J.*, 389, L5.
- MERRITT, D. & WHITE, S.D.M. (1987) em *Dark Matter in the Universe, IAU Symp, n# 117*, eds. Kormendy, J. & Knapp, G.R. p.283 (Dordrecht: Reidel).
- MOULD, J.; AARONSON, M. & HUCHRA, J. (1980) *Ap. J.*, 238, 458.
- NOONAN, T. (1977) *Astron. Astrophys.*, 54, 57.
- OEMLER, A. (1976) *Ap. J.*, 209, 693.
- OSTRIKER, J.P. (1987) em *Dark Matter in the Universe, IAU Symp. n# 117*, eds. Kormendy, J.F. & Knapp, G.R. p.85 (Dordrecht: Reidel).

- OSTRIKER, J. P. & PEEBLES, P. J. E. (1973) *Ap. J.*, **186**, 467.
- OSTRIKER, J. P. ; PEEBLES, P. J. E. & YAHIL, A. (1974) *Ap. J.*, **193**, L1
- PACHECO, J. A. DE FREITAS (1985) *Astron. J.*, **90**, 1007.
- PACHECO, J. A. DE FREITAS & BRUNO, R. (1988) *Astro. Lett. and Commun.*, **27**, 35.
- PACHECO, J. A. DE FREITAS & JUNQUEIRA, S. (1988) *Astrophys. Space Sci.*, **149**, 141.
- PAGE, T. L. (1961) em *Proc. of the 4th. Berkeley Symp. Math. Stat. Prob.*, **111**, 277.
- PAGE, T. L. (1975) em *Galaxies and the Universe (Star and Stellar Systems, vol9)*, eds. Sandage, A.; Sandage, M. & Kristian, J. p. 541. (Chicago: Univ. Chicago Press).
- PEACOCK, J. A. (1991) em *New Insights into the Universe, UIMP Summer School, Valencia*, "preprint".
- PEEBLES, P. J. E. (1966) *Ap. J.*, **146**, 542.
- PEEBLES, P. J. E. (1976a) *Ap. J.*, **205**, 318.
- PEEBLES, P. J. E. (1976b) *Ap. J.*, **205**, L109.
- PEEBLES, P. J. E. (1980) em *The Large Scale Structure of the Universe* (Princeton: Princeton University Press).
- PEEBLES, P. J. E. (1984) *Ap. J.*, **284**, 439.
- PEEBLES, P. J. E. (1987) *Ap. J.*, **315**, L73.
- PEEBLES, P. J. E. & SILK, J. (1988) *Nature*, **335**, 601.
- PETERSON, C. J. (1978) *Ap. J.*, **222**, 84.
- PRIMACK, J. R. & BLUMENTHAL, G. R. (1983) em *Proc. 1983 Moriond Conf.*, eds. Audouze, J. & Tran Thanh Van, J. p. 163 (Dordrecht: Reidel).
- RINDLER, W. (1977) em *Essential Relativity* p. 223 (NY: Springer-Verlag).
- RIVOLO, A. R. & YAHIL, A. (1981) *Ap. J.*, **251**, 477.
- ROOD, H. J. ; PAGE, T. L. ; KINTNER, E. C. & KING, I. R. (1972) *Ap. J.*, **175**, 627.
- RUBIN, V. C. ; FORD, W. K. Jr. ; THONNARD, N. ; ROBERTS, M. S. & GRAHAM, J. A. (1976a) *Astron. J.*, **81**, 687.
- RUBIN, V. C. ; THONNARD, N. ; FORD, W. K. Jr. & ROBERTS, M. S. (1976b) *Astron. J.*, **81**, 719.

- SANCISI, R & van ALBADA, T.S. (1987) em *Observational Cosmology*, eds. Hewitt, A., Burbidge, G. & Fang, L.Z. p.699 (Dordrecht: Reidel).
- SANDAGE, A. (1988) *Ap. J.*, **331**, 583.
- SANDAGE, A.; KRISTIAN, J. & WESTPHAL, J. A. (1976) *Ap. J.*, **205**, 688.
- SANDAGE, A. & TAMMANN, G. A. (1981) em *A Revised Shapley Ames Catalog* (Carnegie Inst., Publ. n# 635).
- SANDAGE, A. & TAMMANN, G. A. (1982) *Ap. J.*, **256**, 339.
- SANDAGE, A. & TAMMANN, G. A. (1984) em *Large Scale Structure of the Universe, Cosmology and Fundamental Physics; Proc. of the 1st. ESO/CERN Symp.*, eds. Setti, G. & van Hove, L. p.127 (Geneva: CERN).
- SCHECHTER, P.L. (1976) *Ap. J.*, **203**, 297.
- SCHECHTER, P.L. (1980) *Astron. J.*, **85**, 801.
- SCHRAMM, D.N. (1990) em *Dark Matter in the Universe*, eds. Galeotti, P. & Schramm, D.N. p.1 (Netherlands: Kluwer Academic Publ.).
- SILK, J. (1974) *Ap. J.*, **193**, 525.
- SILK, J. (1989) em *O Big Bang: a Origem do Universo* (Brasília: Editora Universidade de Brasília).
- SILK, J. (1992) *Nature*, **356**, 741.
- SMITH, H. (1984) *Ap. J.*, **285**, 16.
- SMITH, S. (1936) *Ap. J.*, **83**, 23.
- SMOOT, G. F.; GORENSTEIN, M. V. & MULLER, R. A. (1977) *Phys. Rev. Lett.*, **39**, 898.
- SPITE, F. & SPITE, M. (1982) *Astron. Astrophys.*, **115**, 357.
- STAVELEY-SMITH, L. & DAVIES, R. D. (1989) *MNRAS*, **241**, 787.
- STEINHARDT, P. J. (1990) *Nature*, **345**, 47.
- STRAUSS, M. A. & DAVIS, M. (1989) em *Large Scale Motions in the Universe: A Vatican Study Week* p.255 (New Jersey: Princeton Univ. Press).
- STROM, S. E. & STROM, K. M. (1978) *Astron. J.*, **83**, 73.
- TAMMANN, G. A. & SANDAGE, A. (1985) *Ap. J.*, **294**, 81.
- THE, L. S. & WHITE, S. D. M. (1986) *Astron. J.*, **92**, 1248.
- TRIMBLE, C. (1987) *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **25**, 425.
- TULLY, R. B. (1987) em *Observational Cosmology*, eds. Hewitt, A.;

- Burbidge, g. & Fang, L.Z. p.207 (Dordrecht: Reidel).
- TULLY, R.B. & FISHER, J.R. (1977) *Astron. Astrophys.*, **54**, 661.
- TULLY, R.B. & FISHER, J.R. (1987) em *Nearly Galaxies Atlas* (Cambridge: Cambridge University Press).
- TURNER, E.L. (1976) *Ap. J.*, **208**, 304.
- TURNER, M.S. (1988) em *The Early Universe*, eds. Unruh, W.G. & Semanoff, G.W. p.19 (Dordrecht: Reidel).
- TURNER, M.S.; STEIGMAN, G. & KRAUSS, L.L. (1984) *Phys. Rev. Lett.*, **52**, 2090.
- VANDENBERGH, D.A. (1988) em *Globular Cluster in Galaxies, IAU Symp. n# 126*, p.107 (Dordrecht: Kluwer).
- VITTORIO, N.; MATARRESE, S. & LUCCHIN, F. (1988) *Ap. J.*, **328**, 69.
- VITTORIO, N. & SILK, J. (1985) *Ap. J.*, **297**, L1.
- VITTORIO, N. & TURNER, M.S. (1987) *Ap. J.*, **316**, 475.
- WAGONER, R.V. (1973) *Ap. J.*, **179**, 343.
- WAGONER, R.V.; FOWLER, W.A. & HOYLE, F. (1967) *Ap. J.*, **148**, 3.
- WALKER, T.P.; STEIGMAN, G.; SCHRAMM, D.N.; OLIVE, K.A. & KANG, H.S. (1991) *Ap. J.*, **376**, 51.
- WEIGELT, U.V. & KATES, R.E. (1991) *Astron. Astrophys.*, **252**, 1.
- WEINBERG, S. (1972) em *Gravitation and Cosmology* (NY: Wiley).
- WHITE, S.D.M.; HUCHRA, J.; LATHAM, D. & DAVIS, M. (1983) *MNRAS*, **203**, 701.
- WHITE, S.D.M. & REES, M. (1978) *MNRAS*, **183**, 341.
- WILLICK, J. (1990) *Ap. J.*, **351**, L5.
- WILSON, T.L.; ROOD, R.T. & BANIA, T.M. (1983) em *Proc. of ESO Workshop on Primordial Helium*, eds. Shaver, P., Kunth, D. & Kjar, K. p.379 (Germany: European Southern Observatory).
- YAHIL, A. (1981) em *10th. Texas Symp. Relativ. Astrophys.*, eds. Ramaty, R. & Jones, F.C., *Ann. NY Acad. Sci.*, **375**, 169.
- YAHIL, A. (1985) em *The Virgo Cluster of Galaxies; Proc. n# 20 of the ESO Conf. and Workshop*, eds. Richter, O.G. & Binggeli, B. p.359 (Germany: European Southern Observatory).
- YAHIL, A. (1987) em *Nearly Normal Galaxies*, ed. Faber, S.M. p.332 (NY: Springer-Verlag).

- YAHIL, A. (1990) em Comunicação Oral na "Moriond Conference".
- YAHIL, A.; SANDAGE, A. & TAMMANN, G. A. (1980) Ap. J., **242**, 448.
- YANG, J.; SCHRAMM, D. N.; STEIGMAN, G. & ROOD, R. T. (1979) Ap. J. **227**, 697.
- YANG, J.; TURNER, M. S.; STEIGMAN, G.; SCHRAMM, D. N. & OLIVE, K. A. (1984) Ap. J., **281**, 493.
- YOUNG, P. J. (1976) Astron. J., **81**, 807.
- ZWICKY, F. (1933) Helv. Phys. Acta, **6**, 110.

APÊNDICE A

Cálculo dos coeficientes de correlação linear

A medida da qualidade da calibração da magnitude M pode ser avaliada através dos coeficientes de correlação entre os dados da amostra. A eq. (4.5.1) relaciona a variável dependente M com as variáveis Y e Z , isto é,

$$M = \alpha + \beta Y + \gamma Z \quad , \quad (\text{A.1})$$

onde

$$Y = \log \frac{\theta_e V}{H_0} = \log R_e \quad \text{e} \quad Z = \log \sigma \quad , \quad (\text{A.2})$$

com θ_e = raio efetivo angular, V a velocidade de expansão e σ a dispersão de velocidades centrais.

Podemos calcular dois coeficientes de correlação: o coeficiente entre Y e M , ou equivalentemente, entre R_e e M ; e o coeficiente entre Z e M , ou σ e M .

De uma forma geral, se uma variável dependente y é uma função de mais do que uma variável,

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \dots \quad , \quad (\text{A.3})$$

podemos investigar a correlação existente entre y e cada uma das variáveis x_j . O coeficiente de correlação linear entre a variável x_j e a variável dependente y é (Bevington, 1969)

$$r_{Jy} = \frac{S_{Jy}^2}{S_J S_y} \quad (A.4)$$

Nesta equação, S_{Jy}^2 é a covariância da amostra e S_J^2 e S_y^2 são as variâncias.

A covariância é definida como

$$S_{Jy}^2 = \frac{1}{N-1} \sum [(x_{1j} - \langle x_j \rangle) \cdot (x_{1y} - \langle x_y \rangle)] \quad (A.5)$$

onde as médias $\langle x_j \rangle$ e $\langle x_y \rangle$ são dadas por

$$\langle x_j \rangle = \frac{1}{N} \sum x_{1j} \quad \text{e} \quad \langle x_y \rangle = \frac{1}{N} \sum x_{1y} \quad (A.6)$$

e os somatórios são efetuados para toda a amostra, isto é, i deve variar de 1 a N .

Por outro lado, para uma variável, a variância é definida como

$$S_J^2 = S_{JJ}^2 = \frac{1}{N-1} \sum (x_{1j} - \langle x_j \rangle)^2 \quad (A.7)$$

A título de simplificação, usando as equações (A.6), reescrevemos a eq. (A.5) na forma

$$S_{Jy}^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum x_{1j} x_{1y} - \frac{1}{N} \sum x_{1j} \sum x_{1y} \right) \quad (A.8)$$

Fazendo primeiramente $x_{1j} \equiv Y_1$ e $x_{1y} \equiv M_1$, as equações (A.4), (A.5) e (A.7) tornam-se, para o primeiro coeficiente,

$$r_{YH} = \frac{S_{YH}^2}{S_Y S_H} , \quad (\text{A.9})$$

com

$$S_{YH}^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum Y_i M_i - \frac{1}{N} \sum Y_i \sum M_i \right) ,$$

$$S_Y^2 = \frac{1}{N-1} \sum (Y_i - \langle Y_i \rangle)^2 , \quad (\text{A.10})$$

$$S_H^2 = \frac{1}{N-1} \sum (M_i - \langle M_i \rangle)^2 .$$

Analogamente, considerando $x_{ij} = Z_i$ e $x_{ij} = Y_i$, obtemos para o segundo coeficiente,

$$r_{ZH} = \frac{S_{ZH}^2}{S_Z S_H} , \quad (\text{A.11})$$

com

$$S_{ZH}^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum Z_i M_i - \frac{1}{N} \sum Z_i \sum M_i \right) \quad (\text{A.12})$$

e

$$S_Z^2 = \frac{1}{N-1} \sum (Z_i - \langle Z_i \rangle)^2 .$$

APÊNDICE B

Estimativa do erro da dispersão de velocidades e do parâmetro de densidade

No Cap. 4 definimos a variável,

$$y = m - m_p \quad , \quad (B.1)$$

como sendo a diferença entre a magnitude aparente observada e a magnitude aparente predita, de modo que $\langle y \rangle = 0$.

Para a variância de y encontramos (eq. 4.5.11)

$$\sigma_y^2 = \sigma_\Delta^2 (1 + Ax) \quad , \quad (B.2)$$

onde $x = \frac{1}{V^2}$,

$$A = \left(\frac{5 \log e}{\sigma_\Delta} \right)^2 \sigma_v^2$$

e σ_Δ^2 é a variância de $\Delta_M = m - M$, sendo M a magnitude absoluta.

Com o objetivo de estimarmos a variância de σ_v , torna-se necessário calcularmos a variância de A . Segundo o procedimento adotado por Noonan (1977), a variância de σ_A^2 é obtida a partir da função de verossimilhança, L . A propriedade

$$L = cte - \frac{(A - A_0)^2}{2 \sigma_A^2} \quad , \quad (B.3)$$

onde A_0 é o valor máximo de A , requer que

$$\frac{\partial^2 L}{\partial A^2} = - \frac{1}{\sigma_A^2} \quad (B.4)$$

Precisamos agora expressar L em termos de A . Usando as equações (4.5.8) e (4.5.9), obtemos para a função de verossimelhança,

$$L = - \frac{N}{2} \ln 2\pi - \sum_i^N \ln \sigma_{y_i} - \frac{1}{2} \sum_i^N \frac{y_i^2}{\sigma_{y_i}^2} \quad (B.5)$$

onde N é o número total de elementos de nossa amostra e σ_{y_i} é dado por (B.2). Tomando a derivada segunda de L em relação a A , encontramos

$$\sigma_A^{-2} = - \frac{Na\sigma_\Delta^{-2}}{2} \quad (B.6)$$

com

$$a = 2 \langle x^2 y^2 \rangle - \sigma_\Delta^2 \langle x^2 \rangle \quad (B.7)$$

$$x = \frac{1}{V^2} \quad (B.8)$$

$$y = m - \alpha - \beta Y - 5X - 25 \quad (B.9)$$

e

$$X = \log \frac{V}{H_0} \quad , \quad Y = \log \frac{\theta_e V}{H_0} \quad (B.10)$$

$$\text{Como } A = \left(\frac{5 \log_e \sigma_V}{\sigma_\Delta} \right)^2 \text{ , podemos escrever}$$

$$\sigma_v^2 \pm e\sigma_v^2 = \frac{A \pm (\sigma_A^2)^{1/2} \times \sigma_\Delta^2}{(5 \log e)^2}, \quad (\text{B.11})$$

onde $e\sigma_v^2$ é o erro estimado para σ_v^2 .

Para o parâmetro de densidade, a partir da eq. (4.10.1) escrevemos

$$\Omega_o \pm e\Omega_o = \frac{4}{3} \frac{\sigma_v^2 \pm e\sigma_v^2}{H_o^2 (J_2 \pm 20)}, \quad (\text{B.12})$$

onde $e\Omega_o$ é a estimativa para o erro de Ω_o .

Todos os Interessados em Publicações do
Observatório Nacional. Devem dirigir-se à

CNPq - ON
Biblioteca
r. Gal. José Cristino, 77 - CP. 23002
20921 - São Cristovão, RJ
BRASIL
Telf. 5807313 - r/285